

**XXV CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SETIEMBRE DE 2012**

**DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO UNIDIMENSIONAL DE
EVOLUÇÃO TÉRMICA DE UM RESERVATÓRIO SUBTROPICAL**

¹Bruna Arcie Polli, ²Michael Mannich; ³Tobias Bleninger

Universidade Federal do Paraná, Brasil

¹brunapolli@gmail.com; ²mannich@ufpr.br; ³bleninger@ufpr.br

RESUMO:

Neste trabalho é apresentado um modelo unidimensional de evolução térmica de reservatórios, que foi baseado nos estudos de Antonopoulos e Gianniou (2003) e Henderson-Sellers (1985). São considerados os fluxos não permanentes de energia na superfície do reservatório, estimados por meio da temperatura de equilíbrio e, como fonte de energia, a radiação solar variável no tempo. A difusão turbulenta utilizada foi parametrizada com o número de Richardson. Os perfis de temperatura são estimados por meio da solução da equação unidimensional do transporte de calor, a qual é resolvida pelo método de diferenças finitas. O estudo de caso proposto aplicou o modelo para o Reservatório San Roque (Província de Córdoba – Argentina).

ABSTRACT:

This paper presents a one-dimensional model of thermal evolution of the reservoirs, which was based on the studies of Gianniou and Antonopoulos (2003) and Henderson-Sellers (1985). Energy flows are considered at the surface of the reservoir through the estimated equilibrium temperature and as a source of energy, solar radiation. The parameterization of the turbulent diffusion used the Richardson number. The temperature profiles are estimated using the one-dimensional transport of heat equation, which is solved by the finite difference method. The case study applied the model proposed for the San Roque Reservoir (Córdoba Province - Argentina).

PALAVRAS-CHAVE:

Temperatura da água, estratificação térmica, modelo, lago, reservatório.

INTRODUÇÃO

A temperatura de um corpo d'água afeta diretamente a qualidade desse recurso, devido a sua influência sobre os processos físicos, químicos e biológicos (Esteves, 1989).

A estratificação da coluna d'água em lagos e longe de afluentes/efluentes é o resultado da ação do vento na superfície e trocas de energia – nas quais os processos mais significativos são: a absorção de radiação de ondas curtas e longas, evaporação, condução e emissão pela superfície da água – que são fortemente influenciadas por condições meteorológicas (Edinger, Duttweiler e Geyer, 1968). No fundo e nas margens de reservatórios também ocorre transferência de calor embora, em muitos casos, seja comumente desprezada por ser pequena.

Quando um lago está estratificado termicamente, as distintas camadas d'água reduzem significativamente a mistura vertical, devido a diferenças de temperatura que geram camadas com densidades diferentes. Essa é uma barreira física que reduz a mistura vertical, controla a difusão do calor e de substâncias dissolvidas. De maneira geral, um lago estratificado apresenta três camadas com diferentes gradientes de temperatura:

- Epilímnio: camada superior bem misturada, caracterizada por temperatura uniforme e quente. Esta camada pode variar de profundidade, dependendo das interações entre o vento e a radiação solar (Goldman e Horne, 1994);
- Hipolímnio: camada inferior, mais fria e densa;
- Metalímnio: região de transição entre o epilímnio e o hipolímnio, com uma inversão do gradiente de temperatura (Esteves, 1988).

A essa inversão do gradiente de temperatura dá-se o nome de termoclina, que separa a camada superior, quase homogênea, da inferior (Sundaram e Rehm, 1971).

A utilização de um modelo de evolução térmica permite simular e prever os processos de formação e manutenção estratificação térmica do corpo d'água, sua evolução temporal e é fundamental para simular transporte de nutrientes e acoplamento com modelos ecológicos.

MODELO MATEMÁTICO

A equação da difusão turbulenta que descreve o transporte de calor vertical, não-permanente é (Bedford, Babajimopoulos, 1977):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[E \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{1}{\rho_w c_p} \frac{\partial q}{\partial z} \quad [1]$$

na qual $T(z,t)$ é a temperatura da água ($^{\circ}\text{C}$), z é a elevação (m) – medida do fundo para cima, t é o tempo (s), E é o coeficiente de difusão turbulenta para o transporte de calor na vertical (m^2s^{-1}), ρ_w é a massa específica da água (kgm^{-3}), c_p é o calor específico da água ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$), $q(z)$ é uma função fonte de calor ($\text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$). Considera-se a área do reservatório constante.

Um modelo unidimensional de temperatura para reservatórios implicitamente assume que os gradientes de temperatura horizontal são várias ordens de magnitude inferiores ao transporte vertical (Henderson-Sellers, 1984). Tal característica é típica de lagos estratificados.

Os processos energéticos ocorrem principalmente na interface água-ar. A transferência de calor no sedimento ocorre, no entanto, em lagos de profundidade moderada, essa entrada/saída é pequena comparada à absorção direta dentro da coluna d'água (Wetzel, 1983). A Figura 1 apresenta os principais parâmetros para a caracterização do processo de evolução térmica.

A equação [1] é uma equação diferencial parcial parabólica de segunda ordem, de forma que exige duas condições de contorno e uma condição inicial (Chapra e Canale, 2008). Como condição inicial é utilizado um perfil de temperatura que será caracterizado como:

$$T(z, t = 0) = T_0(z) \quad [2]$$

A condição de contorno na superfície descreve o fluxo de calor entre o lago e a atmosfera. O calor difundido na superfície é igual ao fluxo líquido de calor na superfície (que é resultado da radiação solar, evaporação, condução e emissão pela água). Esta condição pode ser descrita por (Babajimopoulos e Papadopoulos, 1986):

$$\rho_w c_p E \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=H} = -q_n \quad [3]$$

na qual o fluxo de calor pode ser linearizado conforme Edinger, Duttweiler e Geyer (1968):

$$q_n = K(T_e - T_s) \quad [4]$$

na qual K é o coeficiente de transferência de calor ($\text{W}^\circ\text{C}^{-1}\text{m}^{-2}$), T_e é a temperatura de equilíbrio ($^\circ\text{C}$) e T_s é a temperatura da superfície da água ($^\circ\text{C}$). A temperatura de equilíbrio é definida como a temperatura na qual a taxa líquida de transferência de calor na superfície da água é zero (Edinger, Duttweiler, Geyer, 1968).

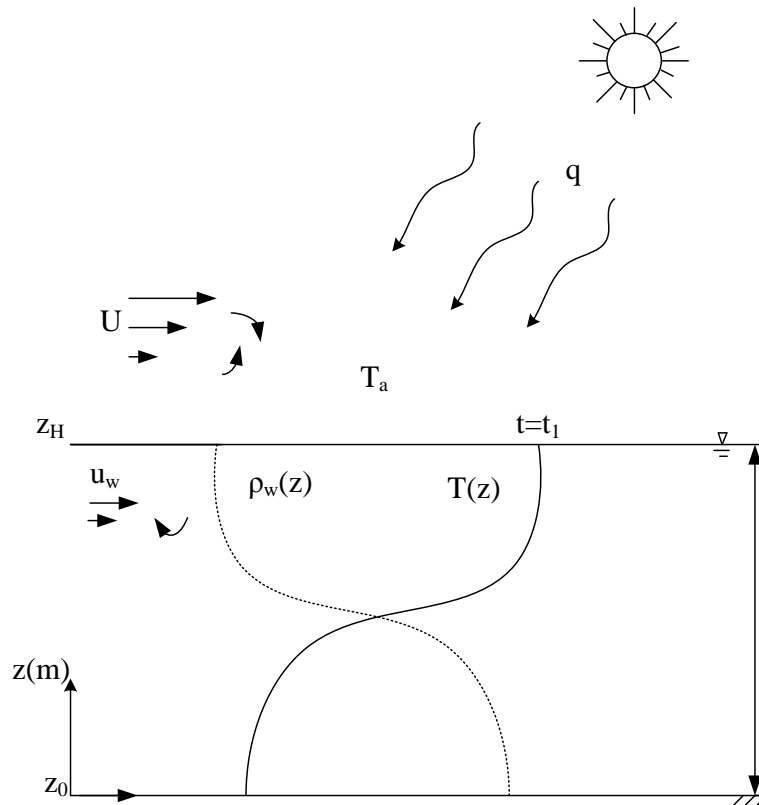


Figura 1.- Parâmetros de interesse do processo de evolução térmica

A temperatura de equilíbrio e o coeficiente de transferência de calor são funções da velocidade do vento, temperatura da superfície da água, temperatura de orvalho e radiação solar líquida (Sundaram, Rehm, 1971). A temperatura de equilíbrio é dada por (Antonopoulos, Gianniou, 2003):

$$T_e = T_d + \frac{q_{ns}}{K} \quad [5]$$

na qual q_{ns} é a radiação solar de onda curta na superfície ($\text{J m}^{-2}\text{s}^{-1}$) e T_d é a temperatura do ponto de orvalho ($^\circ\text{C}$).

O coeficiente de transferência de calor, K , é dado por (Antonopoulos, Gianniou, 2003):

$$K = 4,5 + 0,05T_s + \delta f(U) + 0,47f(U) \quad [6]$$

dado em $\text{W } ^\circ\text{C}^{-1}\text{m}^{-2}$ e:

$$f(U) = 9,2 + 0,46U^2 \quad [7]$$

$$\delta = 0,35 + 0,015T_m + 0,0012T_m^2 \quad [8]$$

$$T_m = \frac{T_s + T_d}{2} \quad [9]$$

em que: U é a velocidade do vento (ms^{-1}) e T_m em $^{\circ}\text{C}$.

A temperatura de orvalho pode ser calculada conforme (Stull, 2000):

$$T_d = \frac{237,3 \times var}{17,2694 - var} \quad [10]$$

$$var = \frac{17,2694 \times T_a}{(237,3 + T_a)} + \ln(UR) \quad [11]$$

em que UR é a umidade relativa e T_a é a temperatura do ar ($^{\circ}\text{C}$).

A segunda condição de contorno, no bordo inferior, é que o fluxo de calor é zero. Portanto (Gianniou e Antonopoulos, 2003):

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \quad [12]$$

Na equação do transporte do calor [1], o termo referente à fonte de calor é devido à absorção da radiação solar ao longo da coluna d'água, o qual é usualmente representado por um decaimento exponencial (Dake e Harleman, 1969):

$$q(z) = (1 - \beta)q_{sn} \exp(-\eta z) \quad [13]$$

na qual β é a proporção da radiação líquida de ondas curtas absorvida na superfície, η é o coeficiente de absorção (m^{-1}) e q_{sn} é a radiação líquida na superfície da água (Dake, Harleman, 1969). A radiação solar líquida na superfície da água é:

$$q_{sn} = (1 - a_s)q_s \quad [14]$$

na qual a_s é o albedo e q_s é a radiação solar total (Dake e Harleman, 1969). Considerando $\beta=1$ na equação [13], a radiação solar seria completamente absorvida na superfície. Já se $\beta=0$, há completa transmissão da radiação solar.

Com relação à difusão turbulenta, Sundaram e Rehm (1971) propõem para a determinação da difusividade turbulenta (em condição de estratificação térmica estável):

$$E = E_0 f \quad [15]$$

na qual: E é o coeficiente de difusão turbulenta (m^2s^{-1}), E_0 é o coeficiente de difusão turbulenta em condição de estratificação neutra (m^2s^{-1}) e f é uma função com um parâmetro de estabilidade adequado caracterizando a estratificação, neste caso, o número de Richardson que é uma relação entre a taxa de supressão ou geração de turbulência devido ao empuxo e a geração de turbulência devido ao vento.

O coeficiente de difusão turbulenta é parametrizado conforme (Henderson-Sellers, 1985):

$$E_0 = \frac{\kappa w_s^* (z_H - z)}{P_0} \exp[-k^* (z_H - z)] \quad [16]$$

$$f = (1 + 37\text{Ri}^2)^{-1} \quad [17]$$

$$\text{Ri} = \frac{N^2}{\left(\frac{\partial u_w}{\partial z}\right)^2} \quad [18]$$

$$k^* = 6,6 \sqrt{\sin \phi} U^{-1,84} \quad [19]$$

nas quais: κ é a constante de von Kármán ($\kappa \sim 0,4$), z_H é a profundidade da coluna d'água (m), w_s^* é a velocidade de atrito do vento na superfície (ms^{-1}), k^* é uma função da latitude e da velocidade do vento, $P_0=1$ é o valor neutro do número de Prandtl turbulento, Ri é o número de Richardson, N é a frequência de Brunt-Väisälä (s^{-1}) (que quantifica intensidade de estabilidade local de estratificação) e ϕ é a latitude. A vantagem das formulações parametrizadas para a determinação do coeficiente de difusão turbulenta reside no fato de que não há necessidade de calibração do modelo.

SOLUÇÃO NUMÉRICA

A equação do transporte do calor [1] foi resolvida utilizando o Método das Diferenças Finitas no esquema explícito. Tal método consiste na expansão em série de Taylor para o cálculo de valores aproximados de derivadas, a qual é truncada na derivada que se deseja calcular.

No estudo de caso foi realizada uma representação para a mistura convectiva, que consiste numa redistribuição da temperatura quando são identificadas instabilidades térmicas nas simulações.

SIMULAÇÕES PRELIMINARES

1. REGIÃO DE ESTUDO

O modelo proposto foi aplicado ao Reservatório de San Roque (Província de Córdoba – Argentina), localizado em 64°28' O, 31°23' S. Suas principais características estão listadas na tabela 1.

Tabela 1. - Principais características do Reservatório de San Roque (Fernandez *et. al.*, 2010)

Tempo de residência da água [anos]	0,6
Área [km ²]	16
Volume [Hm ³]	201
Profundidade total [m]	20
Profundidade média [m]	13
Profundidade máxima [m]	35,3

Inicialmente foram realizados testes para verificar como o modelo se comporta mantendo as condições meteorológicas constantes e qual o tempo necessário para que o sistema atingisse uma condição permanente e uniforme. Para isso, foram utilizados os dados da tabela 2, provenientes de uma média de dados de um período de cinco dias de medida no reservatório de San Roque.

Tabela 2. – Média e desvio padrão dos dados meteorológicos do Reservatório de San Roque

	Média	Desvio Padrão
Temperatura do Ar [°C]	20,4377	3,8959
Umidade Relativa (UR) [%]	85,3769	8,2221
Velocidade do Vento (U) [ms ⁻¹]	1,932	1,0189
Radiação Solar [Wm ⁻²]	113,0756	216,0776

O modelo foi aplicado para o período de 15 à 20/03/2002: a Figura 2 apresenta a temperatura do ar, umidade relativa, velocidade do vento e radiação solar durante o período simulado.

2. TESTES GERAIS

Neste primeiro conjunto de testes foram mantidas as variáveis meteorológicas constantes, com o objetivo de obter uma condição de temperatura uniforme e permanente.

Neste primeiro caso, a difusão turbulenta vertical foi considerada variável conforme descrito no modelo matemático (valor máximo de $3,45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ e mínimo de $10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$) e, em outra simulação, a difusividade turbulenta foi mantida constante ao longo de toda a profundidade do reservatório, tomada como a média da difusividade obtida para os dados oriundos da tabela 1 (neste caso, $K_H = 2,0335 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$). A Figura 3 apresenta alguns dos perfis de temperatura para estes dois casos.

Da Figura 3 observa-se que a principal diferença nas simulações variando ou não a difusão turbulenta ocorreu próximo a termoclina e evidenciado no tempo 1,5 horas, no qual a temperatura teve maior variação (Figura 3.a). Apesar disso, os mesmos resultados foram obtidos quanto ao tempo para que o perfil de temperatura ficasse uniforme.

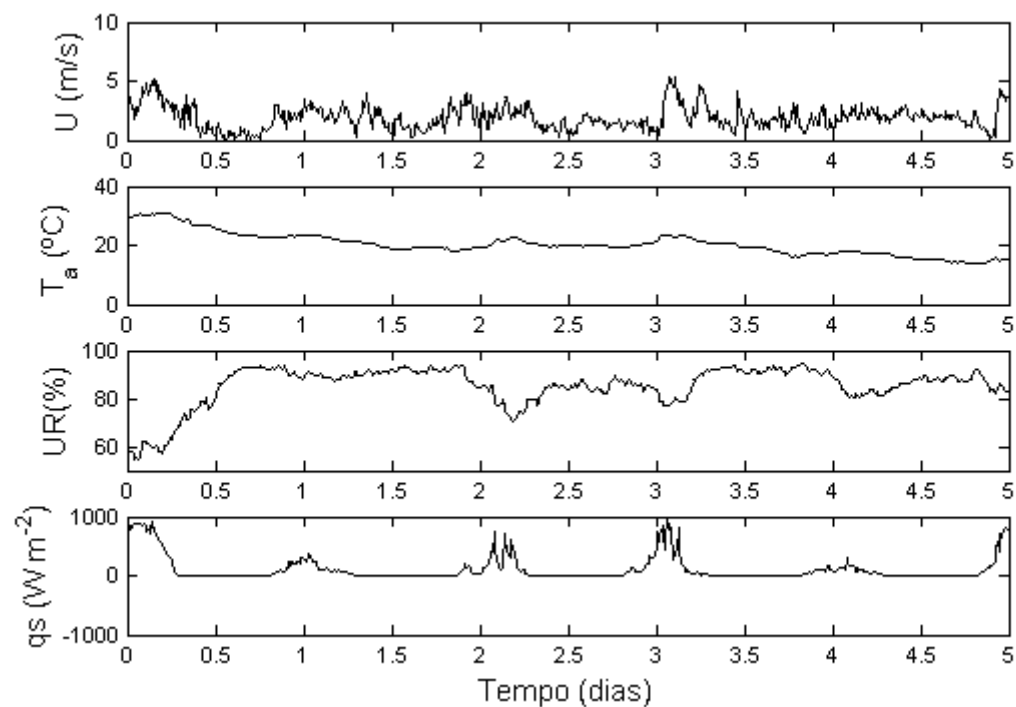
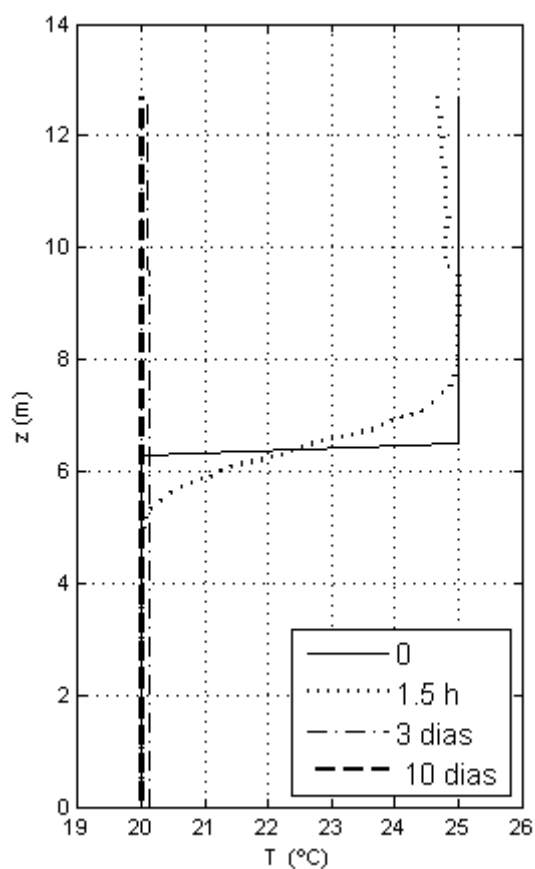
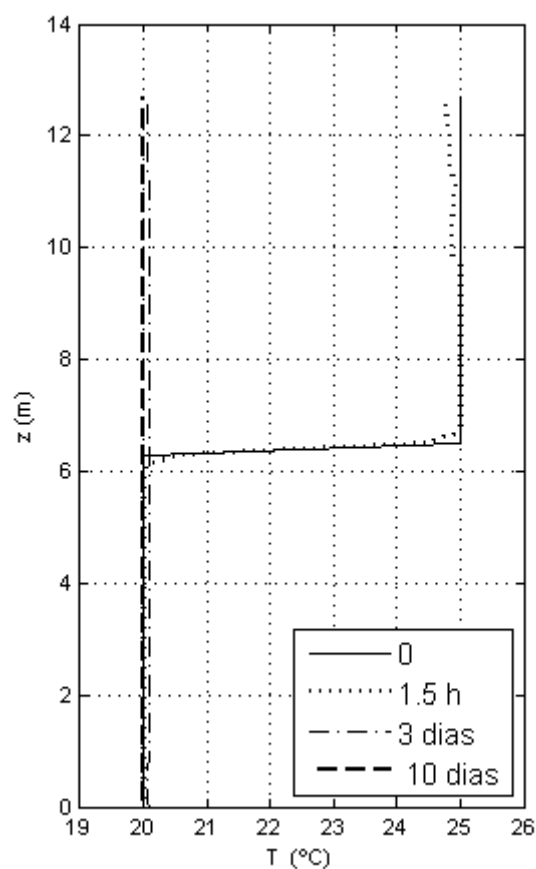


Figura 2.- Dados meteorológicos do Reservatório de San Roque do período de 15-20/03/2002



3.a



3.b

Figura 3.- Perfis de temperatura para o teste do modelo: 3.a) Difusão turbulenta constante em toda a profundidade; 3.b) Difusão turbulenta variável.

3. SIMULAÇÃO

A condição inicial utilizada na simulação com os dados do reservatório de San Roque está representada na Figura 4.

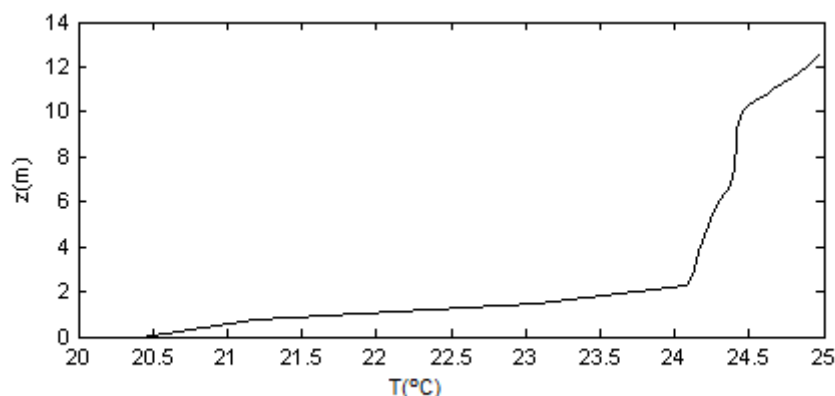
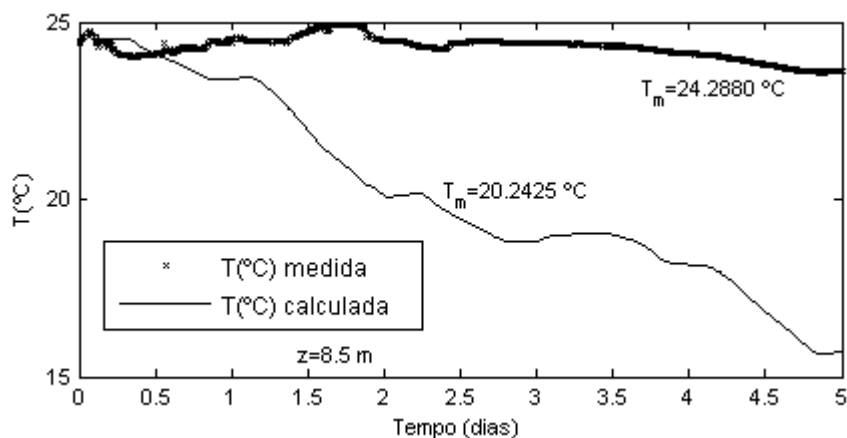


Figura 4.- Condição inicial da simulação

A Figura 5 apresenta a temperatura em função do tempo para determinadas profundidades, mostrando os dados medidos no reservatório e os estimados pelo modelo. Conforme é apresentado na Figura 5, o modelo subestimou a temperatura no reservatório em toda a profundidade, com temperatura média variando em até 4°C.

A Figura 6 apresenta perfis de temperatura em dois períodos: o primeiro, 11 horas após o início da simulação e o segundo ao final do quinto dia. Nestes dois gráficos apresentados, novamente ressalta-se que o modelo tendeu a subestimar as temperaturas medidas, no entanto, no início do período simulado os resultados obtidos foram mais representativos da temperatura do que no final do período simulado. Tal diferença se deve ao fato de uma grande perda de energia do reservatório para o ambiente e que tende a diminuir a temperatura da coluna d'água. O modelo tendeu a uniformizar a temperatura da coluna d'água durante as simulações.

Foram realizadas simulações com a difusão turbulenta constante neste estudo de caso e não foi observada variação significativa dos resultados para os perfis de temperatura calculados com relação aos resultados obtidos para a parametrização utilizada de difusão.



5.a- $z=8,5\text{ m}$

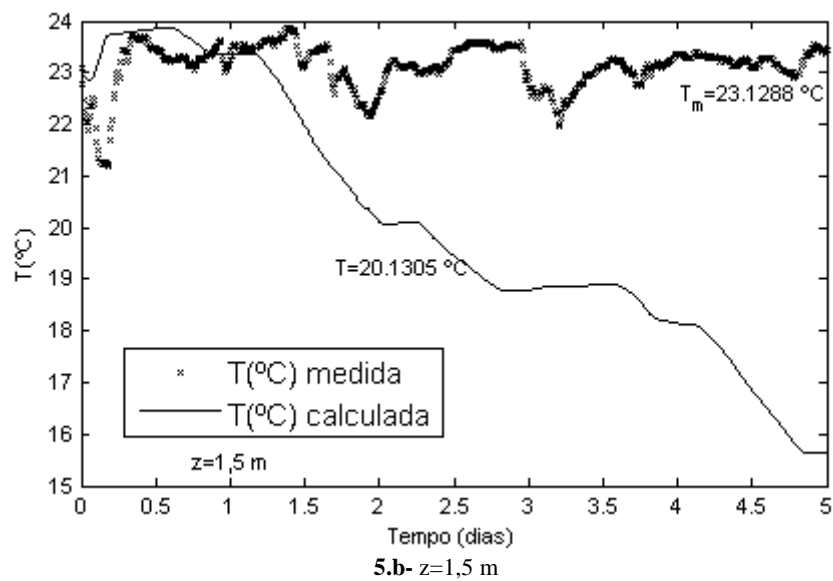


Figura 5.- Temperatura do reservatório em função do tempo. 5.a) Temperatura em $z=8,5$ m; 5.b) Temperatura em $z=1,5$ m

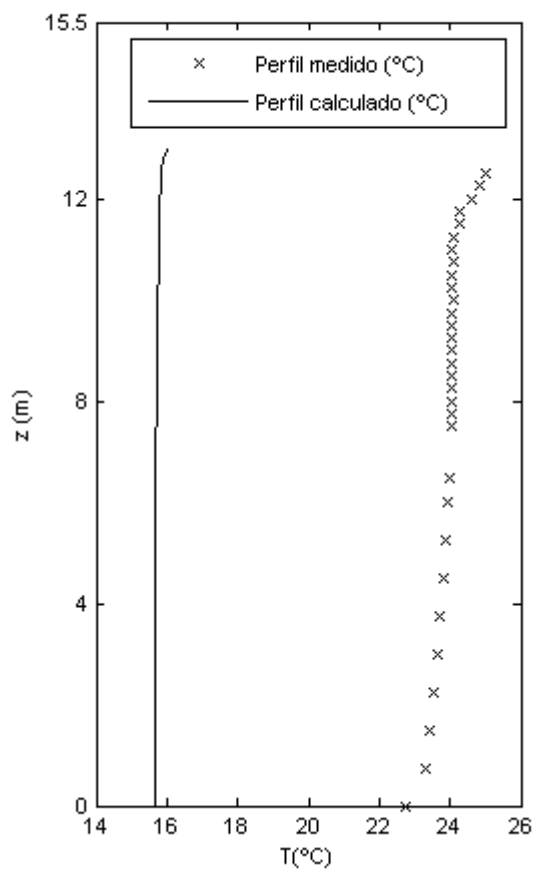
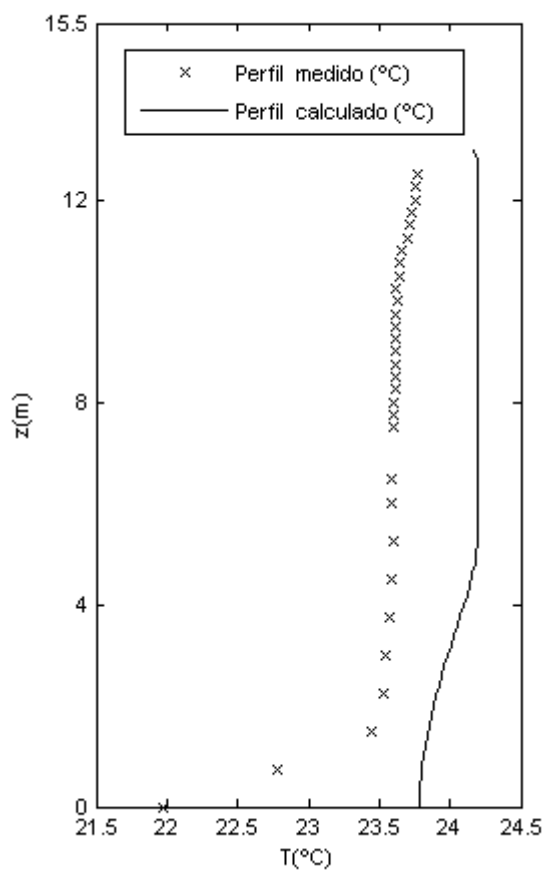


Figura 6.- Perfis de temperatura medidos no reservatório e estimado pelo modelo: 6.a) Para $t=11$ horas; 6.b) Para $t=5$ dias.

RESULTADOS E CONCLUSÕES

De maneira geral, o modelo não simulou adequadamente a temperatura média da coluna d'água, a qual foi subestimada. Os melhores resultados dos perfis calculados foram obtidos no início do período simulado.

O modelo está em fase de desenvolvimento e, portanto, tais resultados são preliminares. Estudos serão realizados com o objetivo de determinar a causa dos resultados apresentados – dentre eles: o fluxo de energia no reservatório, tendo em vista que as temperaturas obtidas tenderam a ser subestimadas, juntamente com a análise da conservação da energia. Além disso, a análise da discretização do modelo matemático, possivelmente modificando-o para um esquema implícito.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Professora Rocío Luz Fernandez, da Universidad Nacional de Córdoba, pela disponibilização dos dados do reservatório de San Roque.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Antonopoulos, V. Z. and Gianniou, S.K.** (2003). “Simulation of Water Temperature and Dissolved Oxygen Distribution in Lake Vegoritis, Greece”. *Ecological Modelling*, 160, pp. 39-53.
- Bedford, K. W. and Babajimopoulos, C.** (1977). “Vertical Diffusivities in areally averaged models”. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*. Vol.103 (EE1), February 1977, pp.113-125.
- Chapra, S. C., Canale, R.P.** Métodos Numéricos para Engenharia. Mc Graw Hill. 5ª ed. São Paulo, 2008.
- Dake, J. M. K. and Halerman, D. R. F.** (1969). “Thermal Stratification in Lakes: Analytical and Laboratory Studies”. *Water Resources Research*. Vol.5, No. 2, April 1969, pp. 484-495.
- Edinger, J.E., Duttweiler, D.W. and Geyer, J.C.** (1968). “The Response of Water Temperatures to Meteorological Conditions”. *Water Resources Research*. Vol.4, No. 5, October 1968, pp. 1137-1143.
- Esteves, F. A.** (1989). *Fundamentos de Limnologia*. Interciência. 2ª ed. Rio de Janeiro.
- Fernandez, R. L., Iriart, M.R. e Bustamante, A.** (2010).” Uso de Indicadores Fisicos en la Caracterizacion Hidrodinamica de Embalses de La Region Central Argentina”. XXIV Congreso Latino Americano de Hidráulica – Punta Del Leste. Uruguai. Novembro 2010.
- Henderson-Sellers, B.** (1976). “Role of Eddy Diffusivity in Thermocline Formation”. *Journal of the Environmental Engineering Division*, Vol. 102, No. 3, June 1976, pp. 517-531.
- Henderson-Sellers, B.** (1984). “Development and Application of “U.S.E.D.”: a Hydroclimate Lake Stratification Model”. *Ecological Modelling*, Vol. 21, No. 3, November 1984, pp. 233-246.
- Henderson-Sellers, B.**(1985). “New Formulation of Eddy Diffusion Thermocline Models”. *Applied Mathematical Modelling*. Vol. 9, January 1985, pp.441-446.
- Sundaram, T. R. and Rehm, R. G.**(1971). “ Formation and Maintenance of Termoclines in Temperate Lakes”. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*. Vol. 9, No.7, pp. 1322-1329.
- Stull, R. B.** *Meteorology for Scientists and Engineers*. 2 ed. Brooks/Cole. 2000.
- Wetzel, R.G.**(1983). *Limnology*. Saunders College Publishing. 2ª ed. United States of America.