

Curitiba, 11.03.2019

Exercício E1

Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger, Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, Prédio Administração, 3º andar, sala 13

Tutores de estagio docência:

Rafael Bueno (rafael.bueno@ufpr.br), Lediane Marcon
(lediane.engambiental@gmail.com)

A lista de exercícios E1 contem 3 partes:

- Laboratório 1. Trabalho em grupo.
- Laboratório 2. Trabalho em grupo.
- Teoria. Trabalho individual.

Cada parte recebe nota e a nota E1 é a média dos três.

Data de entrega das 3 partes da lista E1: 20.03.2019 - 9:30h

(Relatórios atrasados receberão a nota 0, os relatórios podem ser entregues na aula, deixados no escaninho, em baixo da porta ou entregue por colega de sala. Dos relatórios em grupo basta uma via. Os relatórios podem ser escritos manualmente ou usando softwares específicos. A parte teórica deve ser feita a mão.)

Exercício E1c (Parte teórica)

Este é a parte teórica da lista E1. Esta parte deve ser resolvida individualmente. Não é permitido copiar. O Relatório corrigido será devolvido depois e contará para a nota final.

Informações adicionais (software, livros, textos, etc.):

<http://www.ambiental.ufpr.br/portal/professores/tobias/teaching/mecfluambi/>

Boa sorte!

Pontuação (preenchido pelo Professor):

Exercício	Pontos	Pontos	
1		20	
2		20	
3		15	
4		10	
5		20	
6x		15	Nota
Soma		100	

Exercício 1:

Considere o dispositivo apresentado na Figure 1a. Ar é bombeado lentamente em uma taxa constante através de um tubo capilar de diâmetro d submerso em um recipiente contendo água, ρ_a . Lentamente uma bolha começa a ser formada e aumentar de tamanho na extremidade do tubo submersa na água. A pressão no interior da bolha é máxima quando a bolha tem exatamente uma forma de uma semiesfera de diâmetro d , mesmo diâmetro do tubo capilar principal (Figura 1b). Considere também que um tubo capilar auxiliar mais fino, de diâmetro $d/2$, tenha sido submerso no copo de água para determinação da tensão superficial da água. Considerando que um manômetro com diâmetro $2d$, contendo um fluido de massa específica ρ_f , tenha sido instalado junto ao tubo capilar principal, conforme mostrado na Figura 1a, obtenha a expressão para a altura máxima H em função apenas de h , ρ_a e ρ_f . Desconsidere o ângulo de contato da água no vidro no tubo capilar auxiliar.

OBS: apresente o balanço de força e todos os passos de forma detalhada e separadamente.

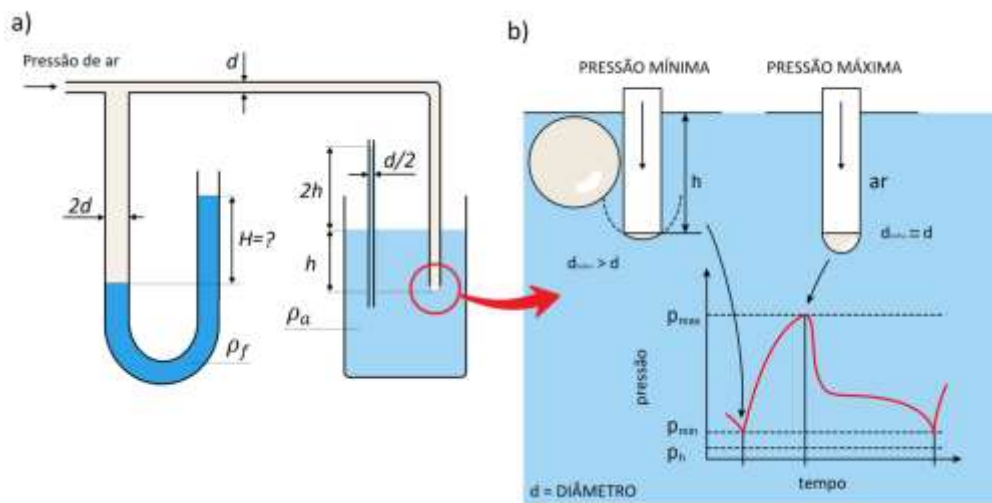


Figura 1 - (a) Esquema do sistema e (b) pressão da bolha ao longo do tempo

Solução: (20)

Balanço de forças:

$$P_{max} A_{2d} = P_{\sigma} A_d + P_h A_d$$

$$P_{\sigma} dV = \sigma dA$$

$$P_{\sigma} \pi d^2 = \sigma 4 \pi d$$

$$P_{\sigma} = \frac{4 \sigma}{d}$$

Pressão hidrostática

$$P_h = \rho_a g h$$

Pressão máxima (dada pelo manômetro)

$$P_{max} = \rho_f g H$$

No balanço, temos:

$$\rho_f g H \pi d^2 = \left(\frac{4\sigma}{d} + \rho_a g h \right) \frac{\pi d^2}{4}$$

$$H = \left(\frac{4\sigma}{d} + \rho_a g h \right) \frac{1}{4g\rho_f}$$

A tensão superficial da água também pode ser obtida através de um balanço de forças:

$$F_z - F_{hid} = 0$$

$$F_z = dF \cos \theta = \sigma \cos \theta dl$$

$$F_z = \sigma \cos \theta \pi \frac{d}{2}$$

$$\sigma \cos \theta \pi \frac{d}{2} = \rho_a g 2h \left(\pi \frac{d^2}{16} \right)$$

$$\sigma = \frac{\rho_a g h d}{4 \cos \theta} \quad (+5)$$

Voltando para H, temos:

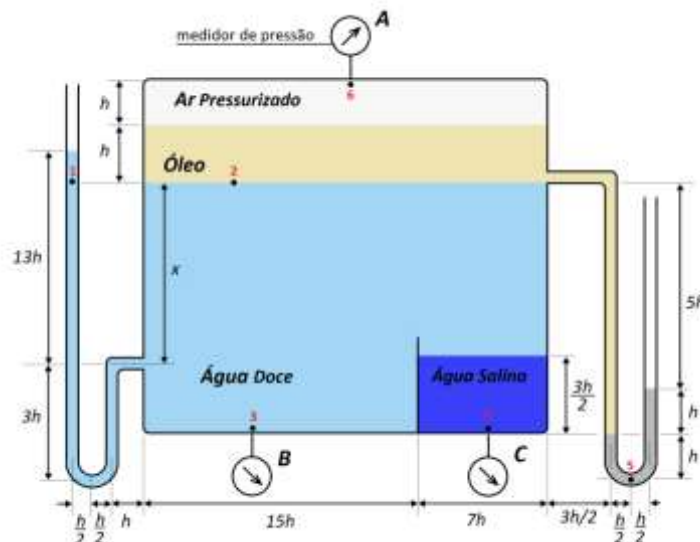
$$H = \left(\frac{1}{\cos \theta} + 1 \right) \frac{\rho_a g h}{4g\rho_f}$$

Considerando $\cos \theta = 1$

$$H = \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_f} h$$

Exercício 2:

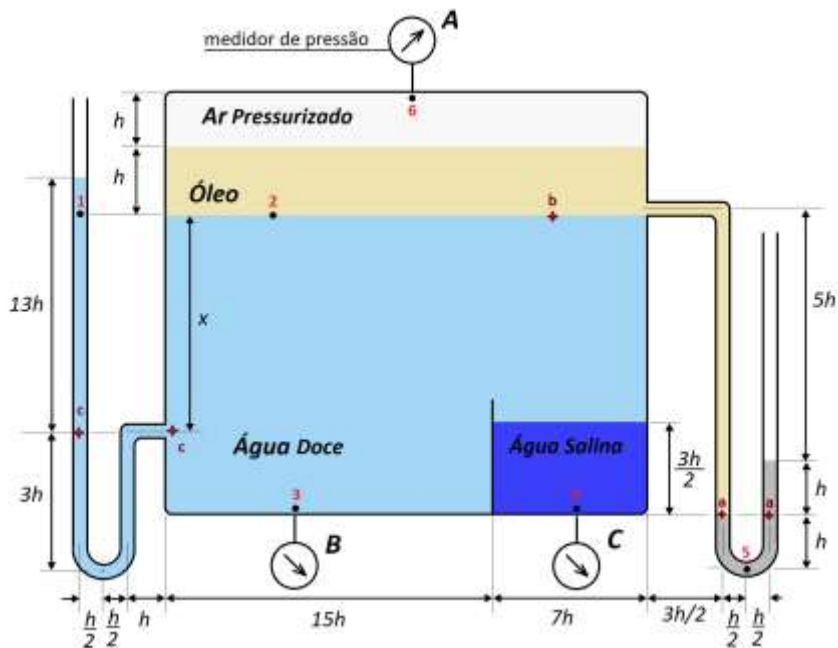
Considere o dispositivo apresentado abaixo. Considere que a água doce tem massa específica ρ , a água salina tem massa específica $1,03\rho$, o mercúrio tem massa específica 13ρ e o óleo $5\rho/6$.



- Encontre a pressão manométrica no ponto 6 (medidor de pressão A),
- Encontre a altura x (em metros),
- Para as questões 1-10 marque V (verdadeiro) ou F (falso), justificando às alternativas assinaladas como falsas.

- 1) A maior pressão registrada nos medidores de pressão A e B (pontos 6 e 3) ocorre no medidor A, visto que o ar é um fluido compressível, diferentemente da maioria dos líquidos.
- 2) A pressão no ponto 3 é igual a registrada em 5, visto que ambas estão em um mesmo plano horizontal.
- 3) Se uma seringa injetasse ar na camada de ar pressurizado, o nível de ambos os manômetros iria aumentar.
- 4) Se a comporta que divide a água doce com a água salina se romper, a água salina tenderá a ocupar o fundo do tanque, visto que a massa específica da água salina é maior do que da água doce.
- 5) A pressão em 3 é maior do que 4 pois, embora a massa específica da água seja maior do que da água doce, o volume da água doce ocupa um volume muito maior no tanque.
- 6) Se um furo for feito próximo ao ponto 6, o mercúrio ficaria alinhado em nível (a diferença seria zero) no manômetro da direita
- 7) Se nós esquentarmos a água doce, a diferença no nível do mercúrio iria diminuir pois a massa específica da água doce iria diminuir
- 8) Se o mercúrio fosse substituído por álcool, a diferença no nível do mercúrio seria maior pois a massa específica do álcool é menor.
- 9) Se mais mercúrio fosse injetado no manômetro da direita, a diferença de nível h iria permanecer a mesma
- 10) A pressão registrada nos medidores de pressão A, B, e C são diferentes com $P_A > P_B > P_C$.

Solução: (20)



a)

Pressão no ponto a:

$$P_a = \rho_{mer}gh = 13\rho gh$$

$$P_a = P_{ar} + \rho_{oleo}g(h + 5h + h) = P_{ar} + \rho_{oleo}g7h$$

$$P_a = P_{ar} + \frac{35}{6}\rho gh$$

Juntando:

$$P_{ar} = 13\rho gh - \frac{35}{6}\rho gh = \frac{43}{6}\rho gh = 7,17\rho gh \quad (+4)$$

b)

Pressão no ponto b:

$$P_b = P_{ar} + \rho_{\acute{o}leo}gh$$

$$P_b = \frac{43}{6}\rho gh + \frac{5}{6}\rho gh = 8\rho gh$$

Para o ponto c, temos

$$P_c = 8\rho gh + \rho gx$$

Por outro lado

$$P_c = 13\rho gh$$

Igualando

$$8\rho gh + \rho gx = 13\rho gh$$

$$\rho gx = 5\rho gh$$

$$x = 5h \text{ (+6)}$$

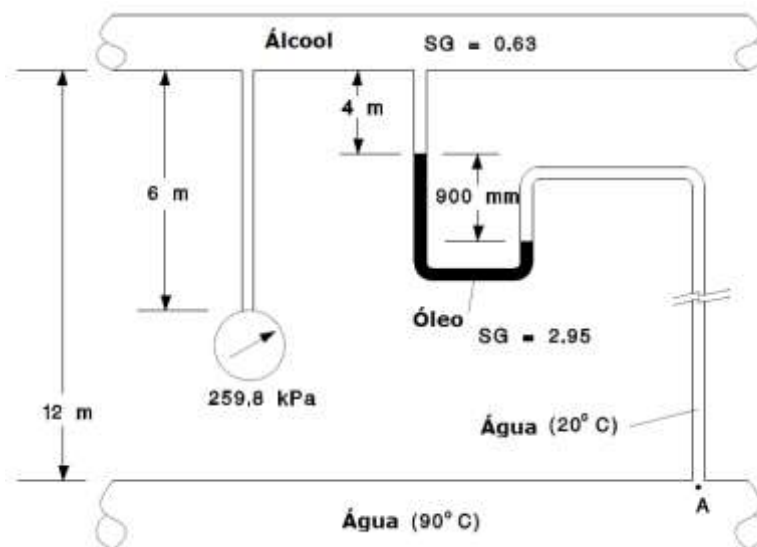
c) Verdadeiro ou Falso (+1 cada = +10)

- 1- FALSO: Maior pressão será no medidor B
- 2- FALSO: A pressão no ponto 3 é maior do que em 5
- 3- VERDADE
- 4- VERDADE
- 5- FALSO: A pressão é maior no ponto 4 do que no ponto 3
- 6- FALSO: O nível reduziria, mas o mercúrio ainda iria capturar a coluna de óleo (apresentando uma diferença de nível)
- 7- FALSO: O manômetro apenas registra variações na pressão até a interface do óleo com a água.
- 8- FALSO: A massa específica é menor e por isso o nível do mercúrio seria menor
- 9- VERDADE/FALSO: O nível iria ser diferente pois iria ocorrer um aumento da pressão do ar.
- 10- FALSO: $P_A < P_B < P_C$

Exercício 3

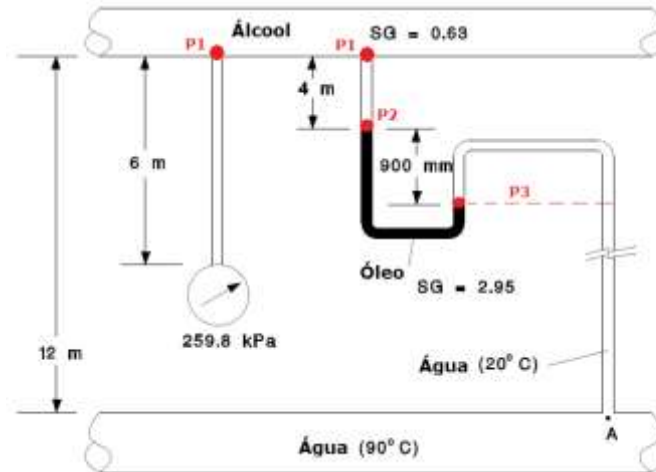
Duas tubulações transportando Álcool e Água estão conectadas por um tubo de diâmetro reduzido contendo 4 m de álcool, óleo e água (a 20°C). Determine qual é a pressão no Ponto A, na linha da tubulação de água a 90°C. Considere $SG_{fluido} = \frac{\rho_{fluido}}{\rho_{\acute{a}gua(5^{\circ}C)}}$.

$$\rho_{\acute{a}gua(5^{\circ}C)} = 1000 \frac{kg}{m^3}; \rho_{\acute{a}gua(20^{\circ}C)} = 998.2 \frac{kg}{m^3}; \rho_{\acute{a}gua(90^{\circ}C)} = 965.3 \frac{kg}{m^3}.$$



Solução: 15

Indicação no esquema dos pontos adotados para solução (+1)



$$P_{manometro} = P_1 + \rho_{alc}g(6m) \rightarrow P_1 = P_{manometro} - \rho_{alc}g(6m) \quad (+4)$$

$$P_2 = P_1 + \rho_{alc}g(4m) = P_{manometro} + \rho_{alc}g(-6m + 4m) \quad (+5)$$

$$P_3 = P_2 + \rho_{oleo}g(0.9m)$$

$$P_A = P_3 + \rho_{agua(20^\circ)}g(12m - 4m - 0.9m) \quad (+5)$$

Portanto:

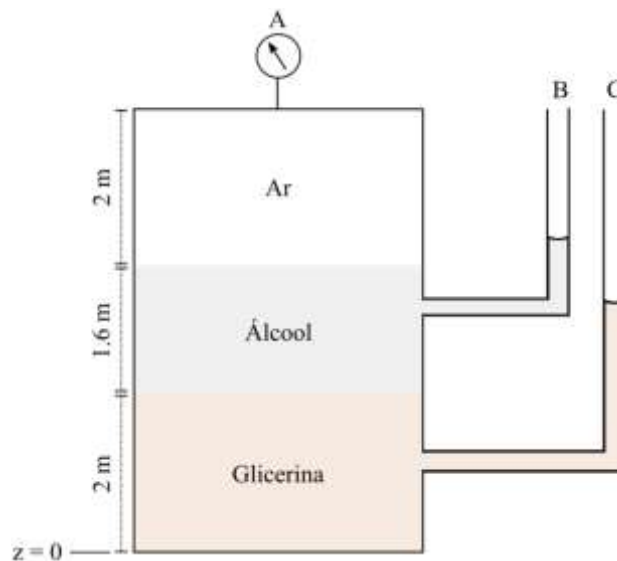
$$P_A = P_{manometro} + \rho_{alc}g(-2m) + \rho_{oleo}g(0.9m) + \rho_{agua(20^\circ)}g(7.1m)$$

$$P_A = P_{manometro} + \rho_{agua(5^\circ)}g(SG_{alc}(-2) + SG_{oleo}0.9 + SG_{\acute{a}gua(20^\circ)}7.1)$$

$$P_A = 259800 \text{ Pa} + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0.63(-2) + 2.95(0.9) + 0.9982(7.1)) = 343010.58 \text{ Pa} \cong 343 \text{ kPa}$$

Exercício 4

Um tanque contém diferentes fluidos com temperatura de 20°C. A pressão manométrica registrada pelo manômetro é de 1.8 kPa. Dois tubos piezométricos, abertos para atmosfera foram instalados em diferentes profundidades do tanque. Calcule a elevação (em relação a referência $z = 0$) dos fluidos nos tubos B e C.



Solução: (10)

(-2) pela utilização da massa específica errada (não retirada da literatura para condições informadas)

Tubo B (+5)

$$P_A + \rho_{ar}gh_{ar} = P_{atm} + \rho_{alcohol}\Delta h_{alcohol}$$

$$1800 Pa + 1.2 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * 2m = 789.4 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * \Delta h_{alcohol} \rightarrow \Delta h_{alcohol} = 0.235 m$$

$$\therefore Z_B = 2 m + 1.6 m + 0.235 m = 3.83 m$$

Tubo C (+5)

$$P_A + \rho_{ar}gh_{ar} + \rho_{alcohol}gh_{alcohol} = P_{atm} + \rho_{glicerina}\Delta h_{glicerina}$$

$$1800 Pa + 1.2 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * 2m + 789.4 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * 1.6m = 1261.3 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * \Delta h_{glicerina}$$

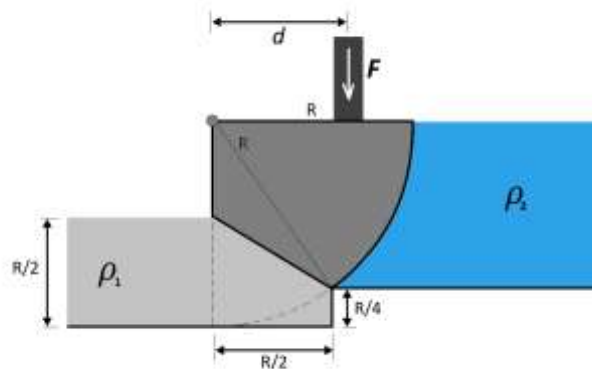
$$\Delta h_{glicerina} = 1.15 m$$

$$\therefore Z_C = 2m + 1.15 m = 3.15 m$$

Exercício 5:

Considere o dispositivo de comportas apresentado na Figura 1. A comporta possui massa desprezível e é responsável por dividir um reservatório de mercúrio ($\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3$) de um reservatório de água ($\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$). Uma força F é aplicada a uma distância d do eixo da comporta.

- Desenhe as forças atuantes na comporta.
- Determine a distância d em função apenas de R para que o sistema fique em equilíbrio.



Solução: (20)

Forças no desenho (+3)

Mostrar a força resultante em 2 não gera momento no pivô (+2)

Momento:

$$\sum M = F_{1y} \frac{R}{3} + F_{1x} \frac{2R}{3} - Fd = 0 \quad (+6)$$

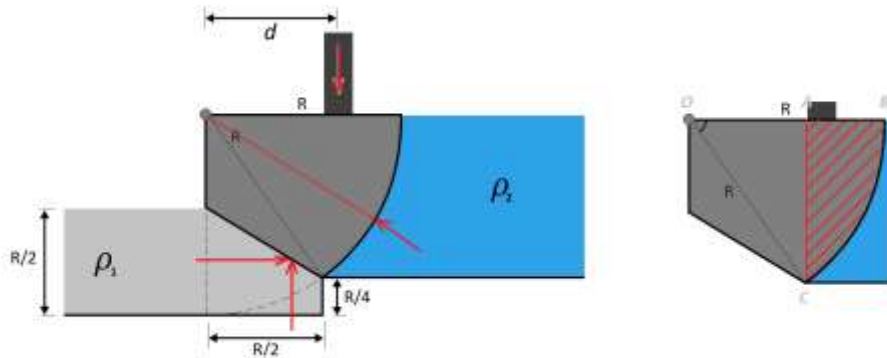
$$Fd = \frac{R}{3}(\rho_1 g V) + \frac{2R}{3} \left(\rho_1 g \frac{R^2}{36} B \right)$$

$$Fd = \frac{R^3 \rho_1 g B}{48} + \frac{R^3 \rho_1 g B}{48} = \frac{1}{24} R^3 \rho_1 g B$$

Força vertical

$$\sum F_y = F_{2y} + F_{1y} - F = 0 \quad (+3)$$

$$F = F_{2y} + \frac{\rho_1 g B R^2}{16}$$



$$A_{ABC} = A_{OBC} - A_{OAC}$$

$$A_{ABC} = \frac{56,3 \pi R^2}{360} - \frac{R}{2} \left(\frac{3R}{4} \right) \frac{1}{2}$$

$$A_{ABC} = \left(\frac{\pi}{6} - \frac{3}{16} \right) R^2 = 0,3036 R^2 \quad (+3)$$

$$F = 0,3036 \rho_2 g B R^2 + \frac{\rho_1 g B R^2}{16} = g R^2 B (0,3036 \rho_2 + 0,0625 \rho_1)$$

Retornando para a equação obtida através do momento

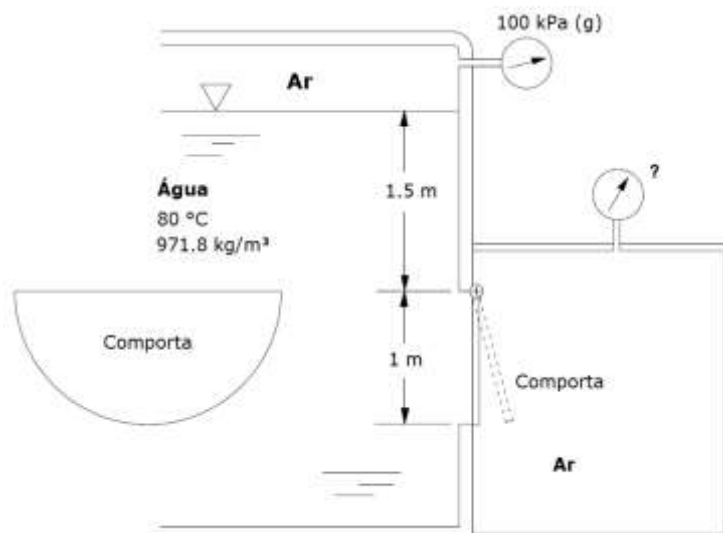
$$d = \frac{R \rho_1}{24 (0,3036 \rho_2 + 0,0625 \rho_1)}$$

Considerando $\rho_1 = 13600 \text{ kg/m}^3$ e $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$, temos:

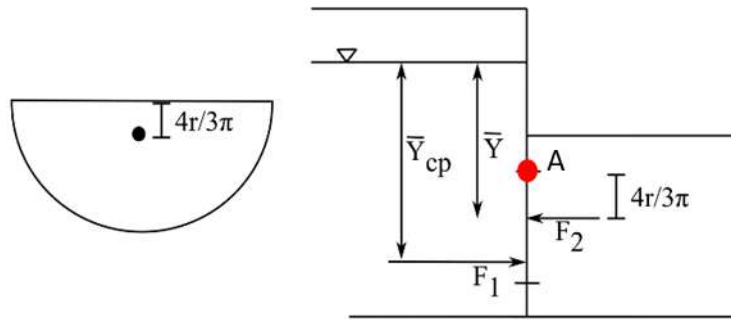
$$d = 0,4912 R \quad (+3)$$

Exercício 6

Uma planta industrial contém um tanque de armazenamento de água (com temperatura de 80°C) e acoplado um tanque adicional para despejos de emergência. Determine qual deve ser a pressão (manométrica) necessária para manter a comporta semicircular fechada.



Solução: 15



$$A_{comporta} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi 1^2 = 1.57 \text{ m}^2$$

$$F_1 = P_1 A_C = (P_{ar} + \rho_{\text{água}} g \bar{Y}) e F_2 = P_2 A_C \quad (+1)$$

$$\bar{Y} = \frac{4r}{3\pi} + 1.5m = \frac{4(1m)}{3\pi} + 1.5m = 1.92 \text{ m} \quad (+2)$$

$$F_1 = (100\,000 + 971.8 * 9.81 * 1.92) A_C = 118304.0474 A_C \quad (+4)$$

$$I_{xx} = 0.1098 r^4 = 0.1098 (1m)^4 = 0.1098 m^4$$

Resolvendo Balanço de momento em A

$$\sum M = 0 \rightarrow F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad (+3)$$

$$\bar{Y}_{cp} = -\rho_{\text{água}} g \frac{I_{xx}}{P_1 A_{comporta}} = -971.8 * 9.81 \frac{0.1098}{118304.0474 * 1.57} = -0.0056 \text{ m (Dist. abaixo CG)} \quad (+2)$$

$$d_1 = 0.4244 + 0.0056 = 0.43 \text{ m} \quad e \quad d_2 = \frac{4(1m)}{3\pi} = 0.4244 \text{ m} \quad (+2)$$

$$(P_{ar} + \rho_{\text{água}} g \bar{Y}) A_{comporta} d_1 = P_2 A_{comporta} d_2$$

$$\left(971.8 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * 1.92m + 100\,000 \text{ Pa} \right) 0.43m = P_2 * 0.424m$$

$$P_2 = 119875.04 \text{ Pa} \cong 120 \text{ KPa} \quad (+1)$$

Resolvendo Balanço de momento em relação a superfície (utilizando equações p/ superfície livre)

$$\sum M = 0 \rightarrow F_1 d_1 = F_2 d_2 \quad (+3)$$

$$\bar{Y}_{cp} = \frac{I_{xx}}{\bar{Y} A_{comporta}} + \bar{Y} \quad \text{Portanto, } \bar{Y}_{cp} = \frac{0.1098 m^4}{1.92 m * 1.57 m^2} + 1.92 \text{ m} = 1.956 \text{ m} \quad (+2)$$

$$d_1 = 1.956 \text{ m} \quad e \quad d_2 = 1.92 \text{ m} \quad (+2)$$

$$(P_{ar} + \rho_{\text{água}} g \bar{Y}) A_{comporta} d_1 = P_2 A_{comporta} d_2$$

$$\left(971.8 \frac{kg}{m^3} * 9.81 \frac{m}{s^2} * 1.92m + 100\,000 \text{ Pa} \right) 1.956m = P_2 * 1.92m$$

$$P_2 = 120522.24 \text{ Pa} \cong 120 \text{ KPa} \quad (+1)$$