Curitiba, 22.08.2017

Exercício 1b
Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, DHS, Bloco V, Sala 9.22
Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega: 15.09.2017 - 9:30h
(trabalhos atrasados receberão a nota 0, trabalhos podem ser entregue na aula, deixados no escaninho, em baixo da porta ou entregue por colega de sala)

Estes são os exercícios da disciplina Mecânica dos Fluidos Ambiental I. Não é permitido copiar ou entregar trabalhos em grupos. As soluções deverão ser por escrito, não impressas (apenas gráficos, tabelas e códigos computacionais). O trabalho corrigido será devolvido depois e conta para a nota final.

Informações adicionais (software, livros, textos, etc.):
http://people.ufpr.br/~bleninger/mecfluI.htm

Boa sorte!

Pontuação (preenchido pelo Professor):

Questão	Pontos	Pontos totais		
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16			Porcentagem	
Soma				Nota
Final				

Questões

6. (10P) A Fig. 1 mostra um tubo em U aberto para a atmosfera de diâmetro interno igual a 1 cm, com mercúrio (massa especifica ρ_m = 13550 kg/m³). Se 20 cm³ de água (massa especifica ρ_a = 999 kg/m³) são inseridos no lado direito, calcule a nova configuração das alturas de mercúrio nos dois lados depois que o sistema entrar novamente em repouso.

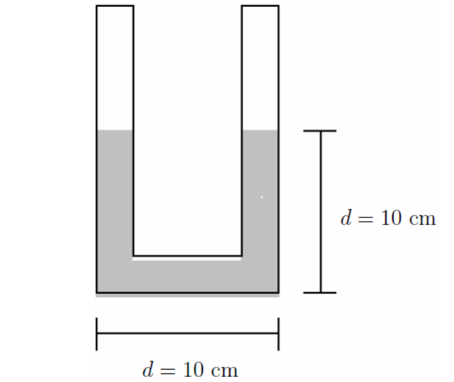


Fig. 1: Tubo U com mercúrio

7. A figura 2 mostra um tanque de agua com pressão interna p_i qual é medida com um piezômetro com mercúrio.
   a. Dado os parâmetros a, b e as massas especificas de agua e mercúrio, qual é a pressão p_i\` = p_i - p_o em função da diferença Δh?
   b. Desenha a distribuição da pressão ao longo de todo tanque (parte interna).

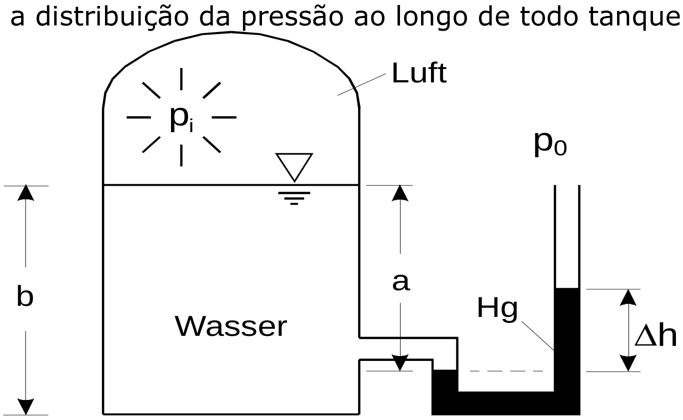


Fig. 2: Vista lateral de tanque de agua

$$p_A = p_i + \rho_W \cdot g \cdot a = p_o + \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h$$
$$p_i' = p_i - p_0 = \rho_{Hg} \cdot g \cdot \Delta h - \rho_W \cdot g \cdot a$$

8. A figura 3 mostra uma combinação de tubos com fluidos diferentes. Dados as massas especificas (Fluido 1: 1019,4 kg/m³ e fluido 2: 10194 kg/m³) e a pressão absoluta do ambiente (p_o = 10^5 Pa):
   a. Calcule a pressão absoluta p_i no ar do tanque?
   b. Calcule a distribuição de pressão ao longo de todo sistema e desenha na figura.

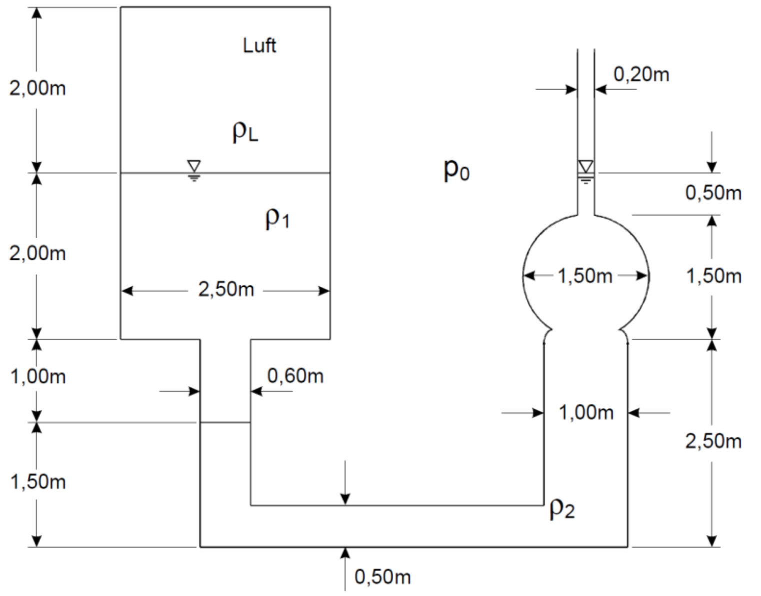
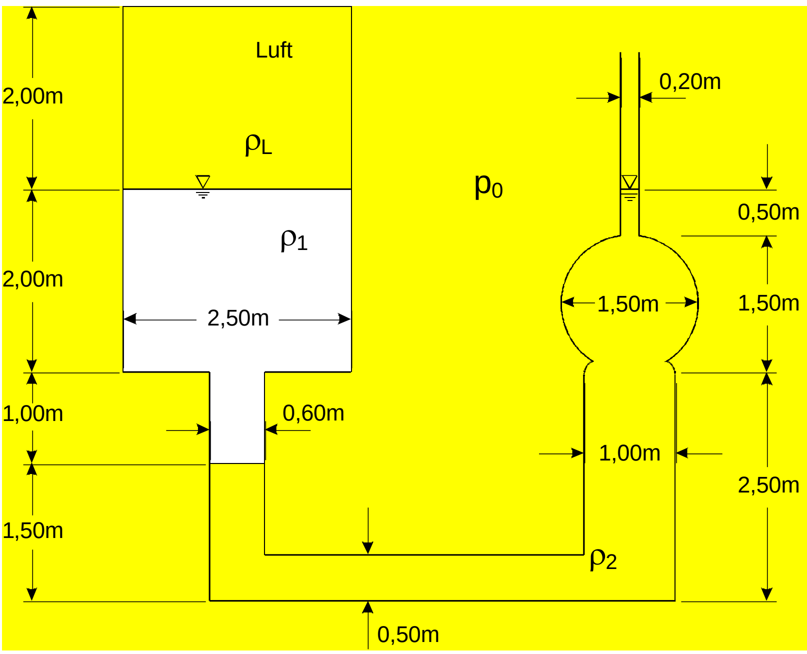


Fig. 3: Vista do sistema com fluidos diferentes

2.5.1:

$$\rho_1 \cdot g = 1019{,}4\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} = 10^4\ \frac{N}{m^3} = 10^4\ Pa$$

$$\rho_2 \cdot g = 10194\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} = 10^5\ \frac{N}{m^3} = 10^5\ Pa$$



$$p_b = p_i + \rho_1 \cdot g \cdot (2{,}00 + 1{,}00)\ \text{m} = p_0 + \rho_2 \cdot g \cdot (0{,}50 + 1{,}50 + 1{,}00)\ \text{m}$$

$$p_i = p_0 + \rho_2 \cdot g \cdot 3\ \text{m} - \rho_1 \cdot g \cdot 3\ \text{m} = \left(10^5 + \left(10^5 - 10^4\right) \cdot 3\right)\ \text{Pa} = 370\ \text{kPa}$$

2.5.2:

$$p_a = p_i = 370\ \text{kPa}$$

$$p_b = p_i + \rho_1 \cdot g \cdot (2{,}00 + 1{,}00)\ \text{m} = 400\ \text{kPa}$$

$$p_c = p_b + \rho_2 \cdot g \cdot 1{,}50\ \text{m} = 550\ \text{kPa}$$

9. A figura 4 mostra um túnel fechado com uma comporta (retangular, comprimento L e e largura b). Dado a profundida t_A e t_B e o ângulo α:
    a. (15) Calcule a forca resultante F que age na comporta.
    b. (15) Calcule o ponto de atuação (distancia e) do centro de massa da comporta (S).
    c. (15) Desenha qualitativamente a distribuição de pressão na comporta.

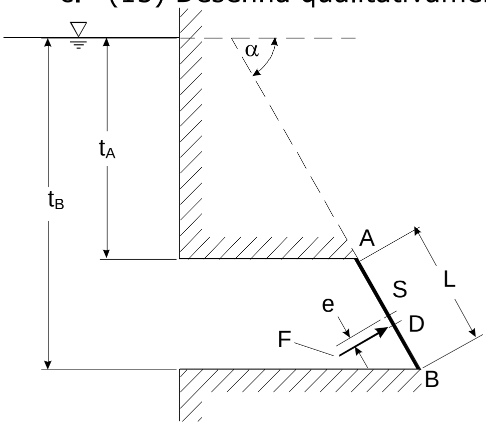
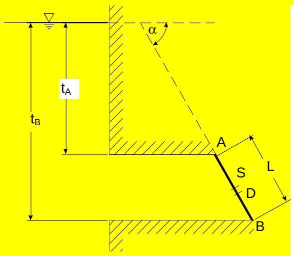


Fig. 4: Vista lateral do túnel com comporta

Methode 1:

$$F = F_{Rechteck} + F_{Dreieck} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left(t_A + \frac{1}{2}(t_B - t_A) \right) \cdot L = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot L$$



$$\sum M_S = F_{Rechteck} \cdot 0 + F_{Dreieck} \cdot \frac{L}{6} = F \cdot e$$

$$e = \frac{L}{6} \cdot \frac{F_{Dreieck}}{F} = \frac{L}{6} \cdot \frac{t_B - t_A}{t_B + t_A}$$

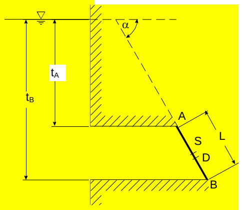
Methode 2:

$$F = p_S \cdot A = \rho \cdot g \cdot t_S \cdot A = \rho \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot b \cdot L$$

$$e = y_D - y_S = \frac{I'_x}{y_S \cdot A}$$ entsprechend Hydromechanik I und II Vorlesungen, Gl. (2.15)

$$I'_x = \frac{b \cdot L^3}{12}$$

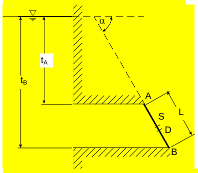
$$y_S = \frac{t_S}{\sin\alpha} = \frac{(t_A + t_B)}{2 \cdot \sin\alpha}$$



$$A = b \cdot L$$

$$e = \frac{b \cdot L^3 \cdot \sin\alpha}{12 \cdot (t_A + t_B) \cdot b \cdot L} = \frac{L}{6} \cdot \frac{L \cdot \sin\alpha}{t_B + t_A} = \frac{L}{6} \cdot \frac{t_B - t_A}{t_B + t_A}$$

Methode 3:



$$H = H_{Rechteck} + H_{Dreieck} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \left(t_A + \frac{t_B - t_A}{2} \right) \cdot (t_B - t_A) = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot L \cdot \sin\alpha$$

$$V = V_{Rechteck} + V_{Dreieck} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot L \cdot \cos\alpha$$

$$F^2 = H^2 + V^2$$

$$F = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot L$$

$$\sum M_S = H_{Rechteck} \cdot 0 + H_{Dreieck} \cdot (t_B - t_A) \cdot \frac{1}{6} + V_{Rechteck} \cdot 0 + V_{Dreieck} \cdot \frac{L}{6} \cdot \cos\alpha = F \cdot e$$

$$H_{Dreieck} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_B - t_A) \cdot L \cdot \sin\alpha$$

$$V_{Dreieck} = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_B - t_A) \cdot L \cdot \cos\alpha$$

$$\sum M_S = \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_B - t_A) \cdot L \cdot \sin\alpha \cdot \frac{L}{6} \cdot \sin\alpha + \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_B - t_A) \cdot L \cdot \cos\alpha \cdot \frac{L}{6} \cdot \cos\alpha$$

$$= \rho \cdot g \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot (t_A + t_B) \cdot L \cdot e$$

$$e = \frac{L}{6} \cdot \frac{t_B - t_A}{t_B + t_A}$$

10. A figura 5 mostra um vidro submerso num aquário (a = 1m, b = 2m, y_s = 2m, α = 30 graus) tanque de agua.
    a. Calcule as coordenadas x_d e y_d do ponto de atuação D onde atua a resultante da força F no vidro?

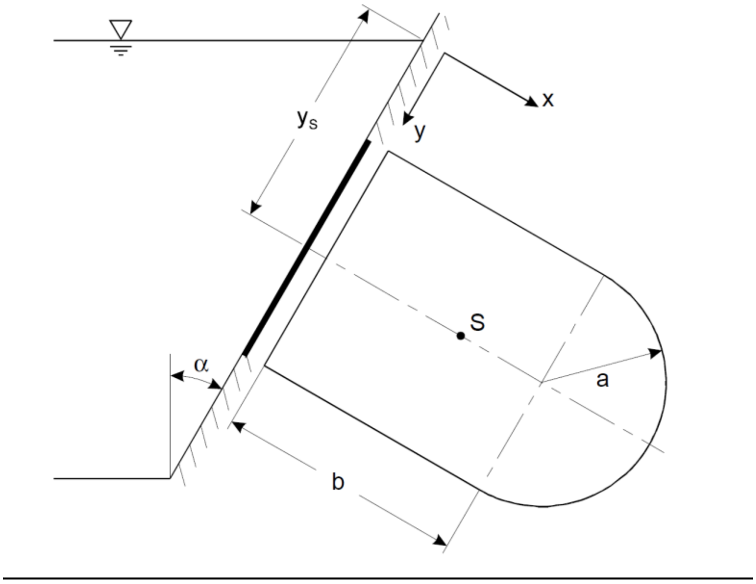


Fig. 5: Vista lateral de tanque de agua

2.6.1:

$$\left.\begin{aligned} x_D &= x_S + \frac{I_{x'y'}}{y_S \cdot A} \\ y_D &= y_S + \frac{I_{x'}}{y_S \cdot A} \end{aligned}\right\} \quad \text{aus Hydromechanik I und II Vorlesungen, Gl. (2.14) und (2.15)}$$

$$A = 2 \cdot a \cdot b + \frac{\pi \cdot a^2}{2} = \left(2 \cdot 1 \cdot 2 + \frac{\pi \cdot 1^2}{2}\right) m^2 = 5{,}57\ m$$

$$x_S = \frac{2 \cdot a \cdot b \cdot \frac{b}{2} + \frac{\pi \cdot a^2}{2} \cdot \left(b + \frac{4}{3 \cdot \pi} \cdot a\right)}{2 \cdot a \cdot b + \frac{\pi \cdot a^2}{2}} = 1{,}40\ m$$

$$I_{x'y'} = 0 \qquad \text{(Symmetrie bezüglich der } x' \text{ - Achse)}$$

$$x_D = x_S + 0 = 1{,}40\ m$$

$$y_S = 2{,}0\ m$$

$$I_{x'} = \frac{b \cdot (2 \cdot a)^3}{12} + \frac{\pi \cdot a^4}{8} = 1{,}726\ m^4$$

$$y_D = y_S + \frac{I_{x'}}{y_S \cdot A} = 2{,}0\ m + \frac{1{,}726\ m^4}{2{,}0\ m \cdot 5{,}57\ m^2} = 2{,}155\ m$$

2.6.2:

$$R = p_S \cdot A = \rho \cdot g \cdot t_S \cdot A = \rho \cdot g \cdot y_S \cdot \cos\alpha \cdot A = 10^3\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \cdot 2{,}0\ m \cdot \cos 30^{o} \cdot 5{,}57\ m^2 = 94{,}64\ kN$$

11. Uma camada de um fluido num canal retangular escoa com profundidade constante h. A distribuição da velocidade é dada aproximadamente com as equações:

$$u = u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right],$$

$$v = 0,$$

com a constante C tendo a dimensão de velocidade.

a. (5) Visualize a distribuição da velocidade adimensional u(y)/u(h) num gráfico, sendo u(h) a velocidade na superfície do fluido.
b. (5) Calcule os componentes de aceleração.
c. (5) Define o tipo do escoamento.
d. (10) O escoamento é rotacional? Se for, calcule o vetor rotacional e visualize os componentes num gráfico.
e. (10) Analise a deformação angular do escoamento.
f. (10) Calcule a vazão.
g. (5) Calcule a velocidade média e adiciona no gráfico da tarefa a).

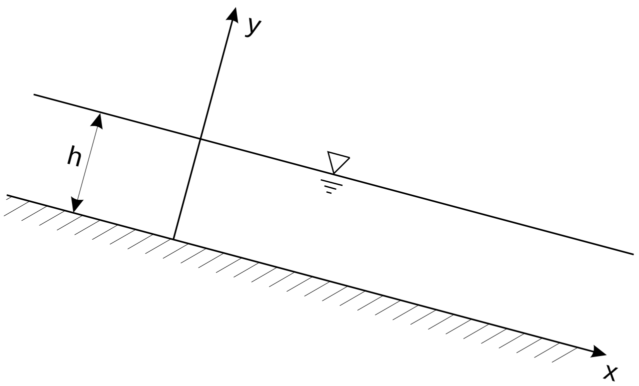
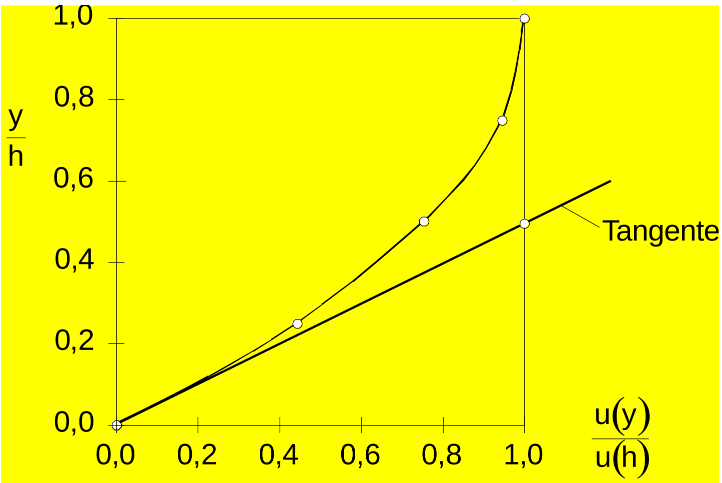


Fig. 6: Corte longitudinal de um canal

Solução:



a:

$$u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$y = h \quad : \quad u(y) = u(h) = C \cdot \left(1 - 0^2\right) = C$$

$$u(y) = u(h) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$\frac{u(y)}{u(h)} = 1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2$$

$\frac{y}{h}$	$\frac{u(y)}{u(h)}$
0,00	0,00
0,25	0,44
0,50	0,75
0,75	0,94
1,00	1,00

b:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \ , \text{ da } \frac{\partial u}{\partial t}, \ \frac{\partial u}{\partial x}, \ v, \ w \ = 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \ , \text{ da } \frac{\partial v}{\partial t}, \ \frac{\partial v}{\partial x}, \ v, \ w = 0$$

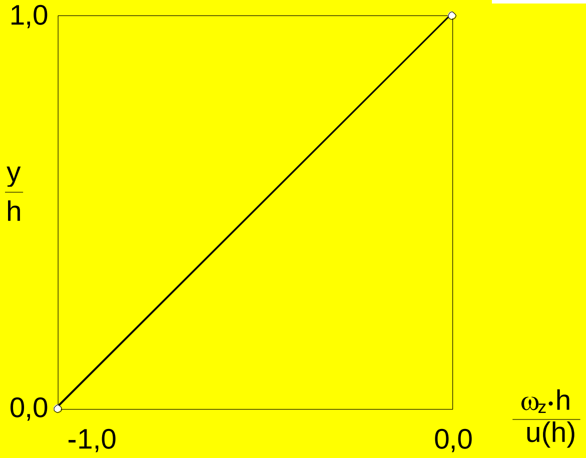
$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \ , \text{ da } \frac{\partial w}{\partial t}, \ \frac{\partial w}{\partial x}, \ v, \ w = 0$$

c) permanente ($\frac{\partial V}{\partial t} = 0$) uniforme ($\frac{\partial V}{\partial x} = 0$).

d)
vetor rotacional

$$2\,\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \ , \ \text{ da } w, v \ = 0$$

$$2\,\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \ , \ \text{ da } \frac{\partial u}{\partial z}, \ w = 0$$



$$2\,\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 - C\cdot\left[0 - 2\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)\cdot\frac{-1}{h}\right]$$

$$\omega_z = C\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)\cdot\frac{-1}{h} = -\frac{u(h)}{h}\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)$$

Rotationsvektor:

$$\vec{\omega} = \left(\omega_x,\ \omega_y,\ \omega_z\right) = \left(0,\ 0,\ -\frac{u(h)}{h}\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)\right)$$

e):
deformação angular

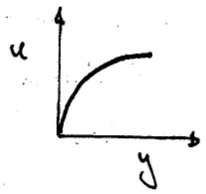
$$\vartheta_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 + 2\cdot C\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)\cdot\frac{1}{h}$$

$$\vartheta_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 + 0 = 0$$

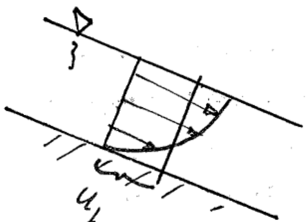
$$\vartheta_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 + 0 = 0$$

Aufgabe 3.1. Durchflußrate

a.) $u_{(0)} = 0$; $u_{(h)} = u_{max}$; $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}\right) = -2\cdot\frac{u_{max}}{h^2} < 0 \Rightarrow$ rechts-gekrümmt



$\Longrightarrow$ Geschwindigkeits-profil :



$u_{bulk} = \bar{u}$ (da stationär)

b.) Durchflussrate q:

$$q = \frac{1}{b}\cdot\int_A v\cdot dA = \int_0^h \frac{v\cdot b}{b}\cdot dy =$$

$$\int_0^h u_{max}\cdot\left[1-\left(1-\frac{y}{h}\right)^2\right] dy = \frac{2}{3}\,u_{max}\cdot h$$

c.) $\bar{v} = \frac{Q}{b\cdot h} = \frac{2}{3}\cdot\frac{u_{max}\cdot h\cdot b}{h\cdot b} = \frac{2}{3}\,u_{max}$

12. (30) Dois tubos, cada um com uma área de $A_1 = A_2 = 25cm^2$ se juntam para formar um tubo só, com área de $A_3 = 40cm^2$. Os dois tubos levem água com temperaturas e concentrações diferentes ($T_1 = 11°C$, $C_1 = 7\mu g/l$ e $T_2 = 21°C$, $C_2 = 21\mu g/l$). Considerando uma velocidade idêntica nos tubos da montante, qual é a temperatura

e concentração no tubo de jusante? Considera uma isolação térmica perfeita dos tubos e uma substancia conservador e que o ponto da jusante é vários metros distante da junção dos tubos. Explique em poucas palavras o que se espera se a medição for feita bem próximo a junção na jusante.

Solução:

permanente, incompressível

$u_1A_1 = u_2A_2$ e $u_1A_1 + u_2A_2 = u_3A_3$

$2u_1A_1 = u_3A_3$, $u_1 = u_3 20/25$

Concentração: $0 = (C_1u_1A_1) + C_2u_1A_1 - C_3u_3A_3$

$C_3 = (C_1 + C_2)u_1A_1/u_3A_3 = 28*20*25/25/40 = 14$ µg/l

Temperatura: $0 = \rho c_p T_1 u_1 A_1 + \rho c_p T_2 u_2 A_2 - \rho c_p T_3 u_3 A_3$

$T_3 = (u_1A_1T_1 + T_2u_2A_2) / (u_3A_3)$

$T_3 = u_1A_1(T_1 + T_2) / (u_3A_3) = 20/25*25/40*(T_1 + T_2) = 16°C$

13. Duas placas circulares com diâmetro D se aproximem, cada uma com velocidade constante V (Fig. 7). Entre as placas tem um fluido incompressível.
    a. Calcule a componente radial a_c das acelerações convectivas na área de saída A' na situação que a distancia entre as placas é h e considerando uma distribuição de velocidade constante nesta área?
    b. Calcule a componente radial a_l das acelerações locais na área de saída A' em função de D, V e h.

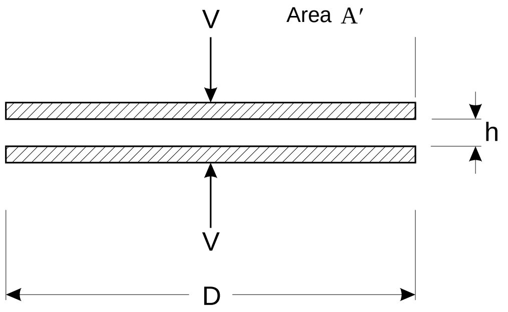


Fig. 7: Duas placas circulares e paralelas

Solução

Equação de continuidade

$$-2\,V\cdot A + V'\cdot A' = 0$$

$$V' = 2\,V\cdot\frac{A}{A'} = 2\,V\cdot\frac{\frac{\pi\,D^2}{4}}{\pi\,D\cdot h} = \frac{1}{2}\cdot V\cdot\frac{D}{h} = V\cdot\frac{r}{h}$$

$$a_r = \frac{dV'}{dt} = \underbrace{\frac{\partial V'}{\partial t}}_{a_{lokal}} + \underbrace{V'\cdot\frac{\partial V'}{\partial r}}_{a_{konvektiv}}$$

$$a_k = V'\cdot\frac{\partial V'}{\partial r} = V\cdot\frac{r}{h}\cdot V\cdot\frac{1}{h} = V^2\cdot\frac{r}{h^2} = \frac{1}{2}\cdot V^2\cdot\frac{D}{h^2}$$

b:

$$a_L = \frac{\partial V'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} V \cdot \frac{r}{h} = \frac{\partial}{\partial t} V \cdot \frac{r}{h(t)} = -V \cdot \frac{r}{h^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

für $t = 0: \ h = h_0$

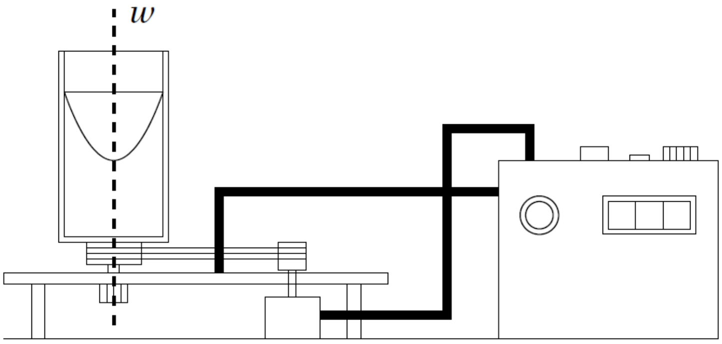
$t = t: \ h = h_0 - 2\,V \cdot t$

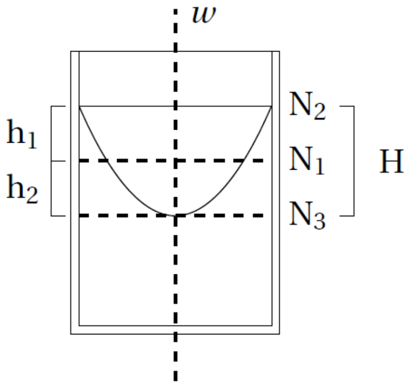
$$\frac{\partial h}{\partial t} = -2\,V$$

$$a_L = V \cdot \frac{r}{h^2} \cdot 2\,V = 2\,V^2 \cdot \frac{r}{h^2} = V^2 \cdot \frac{D}{h^2}$$

Exercícios de Laboratório

14. Experimentos de aceleração radial
    a. Descrevem e expliquem e desenhem o sistema experimental e os equipamentos de medição utilizados para todos experimentos feitos.





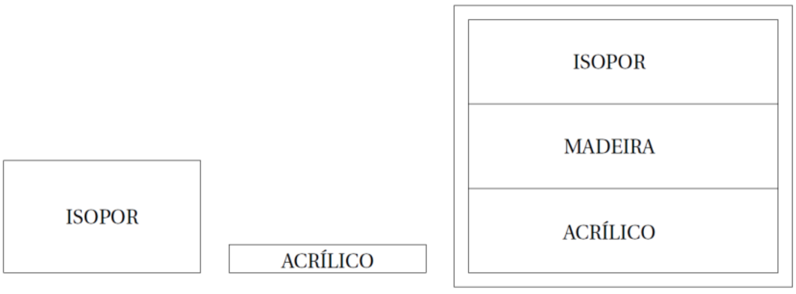
    b. Medem as dimensões importantes do cilindro (diâmetro).
    c. Adicionar água e anotar o nível inicial (N1). Ligar o motor e fixar uma rotação apropriada de modo a não transbordar o líquido.
    d. Registrar a velocidade angular e os níveis máximo e mínimo (N2 e N3)
    e. Repetir o procedimento com diferentes velocidades angulares.
    f. Descrevem e visualizem (em tabela e/ou gráfico) os resultados das medições.

20 pontos até aqui

    g. Deduza a equação da parábola para o equilíbrio relativo de corpos em rotação e compare os resultados experimentais com os teóricos (adicionando a solução teórica no gráfico).
    h. Interpretem e discutem os resultados e métodos de medição e calculo.

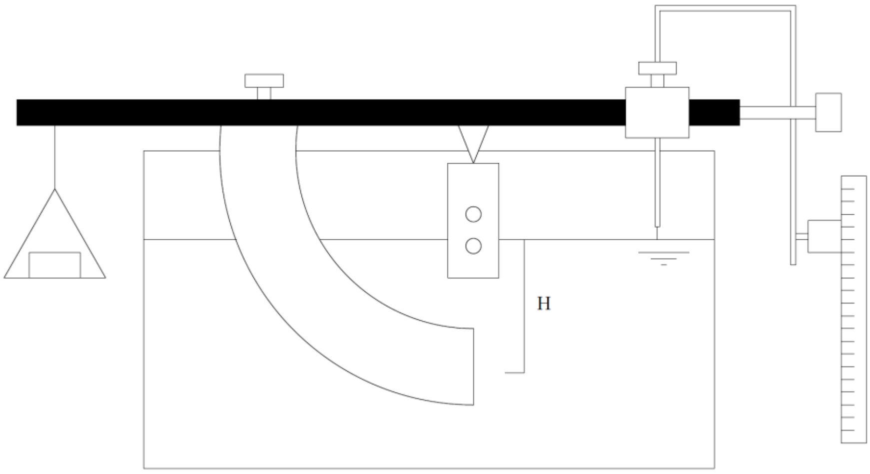
30 ponto restante

15. Experimentos de estabilidade de corpos flutuantes
    a. Descrevem e expliquem e desenhem o sistema experimental e os equipamentos de medição utilizados para todos experimentos feitos.



b. Medir as dimensões e a massa das peças na balança para determinar a massa específica;
c. Compor cinco flutuantes: i) Peça de isopor + uma placa de acrílico por cima (prender as partes com dois elásticos. ii) Peça de isopor + uma placa de acrílico por baixo. iii) Peça de isopor + uma placa de acrílico por cima + uma placa de acrílico por baixo. iv) Peça de isopor + duas placas de acrílico por cima. V) Peça de isopor + duas placas de acrílico por baixo.
d. Colocar cada um dos flutuantes no tanque de água e verificar sua condição de flutuação (se flutua) e se o flutuante é estável ou instável.
e. Determine a altura metacêntrica de cada corpo flutuante e compare o resultado teórico com as observações experimentais.
f. Utilize as três flutuantes cúbicos de madeira (pinus, peroba e ipê), tanque de água, balança e paquímetro para medir as arestas de cada um dos flutuantes, tomando a média das três medições como o lado do cubo; Pesar cada um dos flutuantes, obtendo sua massa; Determinar o volume e a massa específica de cada um elementos
g. Baseado nos seus conhecimentos teóricos, estimar para cada flutuante se o mesmo terá uma superfície horizontal estável acima da água quando mergulhado;
h. Colocar os flutuantes na água e registrar o observado. Calcular a altura metacêntrica dos flutuantes. Justificar as conclusões desta experiência

16. Experimentos de forças hidrostáticas
    a. Descrevem e expliquem e desenhem o sistema experimental e os equipamentos de medição utilizados para todos experimentos feitos.



    b. Com o tanque vazio nivelar o sistema utilizando o parafuso de ajuste fino na extremidade e verificando o nível de bolha;
    c. Completar o tanque com água e registrar o nível;
    d. Colocar massas na outra extremidade até obter equilíbrio (sistema nivelado) novamente e medir a massa total adicionada.
    e. Demonstre que as forças nas superfícies curvas são concorrentes ao eixo de rotação e não geram momento.
    f. Realizar o balanço de momento em torno do eixo.
    g. Calcular o centro de pressão teórico.
    h. Calcular o centro de pressão determinado a partir das medições experimentais e comparar como valor teórico.