Curitiba, 20.06.2013

Exercício 2
Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, DHS, Bloco V, Sala 9.22
Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega: 12.07.2013 - 9:30h
(trabalhos atrasados receberão a nota 0, trabalhos podem ser entregue na aula, deixados no escaninho, em baixo da porta ou entregue por colega de sala)

Estes são os exercícios da disciplina Mecânica dos Fluidos Ambiental I. Não é permitido copiar ou entregar trabalhos em grupos. As soluções deverão ser por escrito, não impressas (apenas gráficos, tabelas e códigos computacionais). O trabalho corrigido será devolvido aproximadamente uma semana depois e conta para a nota final.

Informações adicionais (software, livros, textos, etc.):
http://people.ufpr.br/~tobias.dhs/mecfluI.htm

Boa sorte!

Nome: ____

Matricula: ____

Assinatura (garantindo que o trabalho foi feito sem copiar):___________________

E-mail (somente para avisos importantes): ______________________________

Pontuação (preenchido pelo Professor):

Questão	Pontos	Pontos totais	
			Nota
Soma			

Questões

1. A Fig. 1 (vista em planta) mostra um injetor. Na secção 1 (D_1 = 80 mm) foi medido a pressão de p_1 = 3 bar. Na Secção 2 (D_2 = 40 mm) a água sai do injetor em forma de um jato livre horizontal com geometria circular que bate numa placa, inclinada com φ = 35°. As distribuições de velocidade no injetor e no jato podem ser considerada uniforme. O atrito entre o jato e a placa e dentro do injetor pode ser desconsiderada.
   a. Calcule a vazão no injetor.
   b. Desenha um volume de controle na Fig. 1 que permite calcular a força horizontal no local dos parafusos do injetor (secção 1).
   c. Calcule magnitude e direcao da força horizontal nos dois parafusos do injetor (secção 1).
   d. Desenha um volume de controle na Fig. 1 que permite calcular as forças horizontais nos dois parafusos para segurar a placa.
   e. Calcule as vazões nas secções 3 e 4 após desvio do jato.
   f. Calcule magnitude, local e direção da forca resultante para segurar a placa.

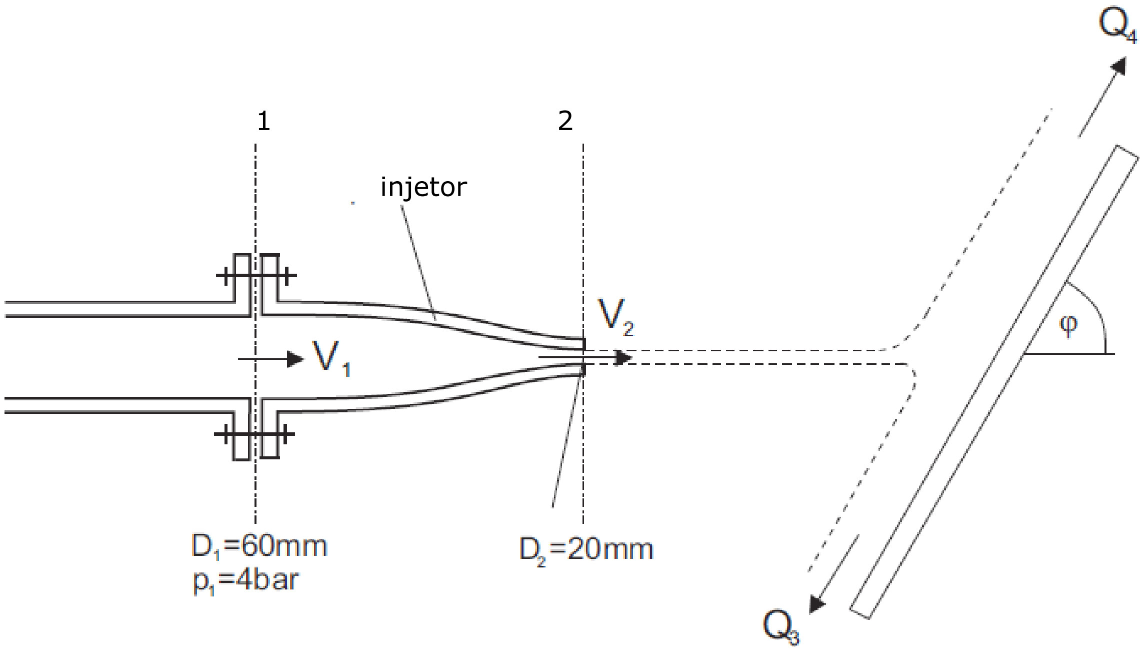
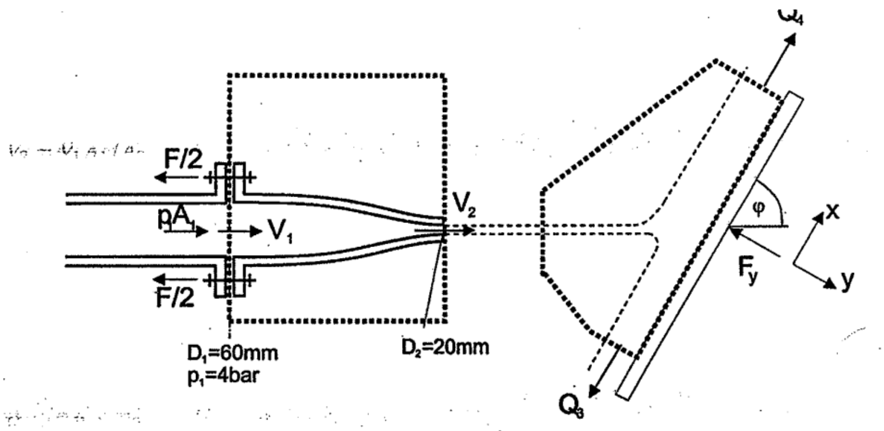


Fig. 1: Injetor e jato livre e placa (vista em planta)

<u>Solução</u>

$p_1 = 4bar, D_1 = 60mm, D_2 = 20mm$
$a)$ Kontinuitätsgleichung
$V_1 A_1 = V_2 A_2$
$V_2 = V_1 A_1 / A_2$
$V_2 = V_1 D_1^2 / D_2^2$
Bernoulligleichung
$p_1/\gamma + V_1^2/2g + z_1 = p_2/\gamma + V_2^2/2g + z_2$
$z_1 = z_2$; $p_2/\gamma = 0$
$p_1/\gamma + V_1^2/2g - (V_1 D_1^2/D_2^2)^2/2g = 0$
$V_1 = [-p_1/\gamma * 2g/(1-(D_1^2/D_2^2)^2)]^{0,5}$
$V_1 = [-800/-80]^{0,5} = 3,16m/s$
$Q = V_1 A_1 = 8,94l/s$
$b)$
Kontrolloberfläche siehe Skizze.
Wichtig: Kontrolloberfläche steht senkrecht auf Geschwindigkeitsvektoren.
$c)$



Summe aller Kräfte auf das Kontrollvolumen: $-F + p_1 A_1$

Summe der Impulse: $-\rho Q V_1 + \rho Q V_2$
$F = p_1 A_1 + \rho Q V_1 - \rho Q V_2$
$V_2 = Q/A_2 = 28,46 m/s$
$F = 1130.97N - 226,18N$
$F = 904,78N$
d)
Kontrolloberfläche steht senkrecht auf Geschwindigkeiten
e)
$V_3 = V_4 = V_2 = 28,46 m/s$
$Q - Q_4 = Q_3$
Kräfte entlang der Platte (x-Richtung) sind Null, da keine Reibung $\rightarrow F_x = 0$
Summe der Impulse in x-Richtung:
$-\rho Q V_2 \cos\varphi + \rho Q_4 V_2 + \rho Q_3(-V_2)$
$\rightarrow\ 0 = -Q\cos\varphi + Q_4 - Q_3$
$0 = -Q\cos\varphi + Q_4 - (Q - Q_4)$
$Q_4 = Q(\cos\varphi + 1)/2$
$Q_4 = 8,13 l/s$
$Q_3 = Q - Q_4 = 0,81 l/s$
f)
$F_x = 0$ (siehe e))
$-F_y = -\rho Q V_2 \sin\varphi$
$F_y = 145,7N$
Kraftangriffspunkt in Achse des ankommenden Strahls, Wirkungsrichtung in y-Richtung.
Für $p_1 = 3bar$, $D_1 = 80mm$, $D_2 = 40mm$ ergeben sich die folgenden Werte:
$V_1 = [-600/-15]^{0,5} = 6,32 m/s$
$Q = 31,80 l/s$
$V_2 = 4 * V_1 = 25,30 m/s$
$F = 1507,96N - 603,19N = 904,77N$
$Q_4 = 28,92\ l/s$
$Q_3 = 2,87\ l/s$
$F_y = 460,4N$

2. A Fig. 2 mostra um sistema de tubulações fornecido com água de um grande tanque de pressão (H_1 = 10 m) passando duas tubulações e chegando num grande tanque com superfície livre (H_2 = 8,5 m). A tubulação superior (D_o = 0,1m) termina em forma de uma jato livre no ar na cota H_3 = 9 m, a tubulação inferior termina como jato livre submerso na agua no segundo tanque. Na tubulação inferior (D_{i1} = 0,4 m, D_{i2} = 0,2 m) foi medido a pressão p = 1,2 bar no ponto P. O atrito nas tubulações do sistema pode ser desconsiderada, já que são tubulações curtas.
   a. Desenha na Fig. 2 qualitativamente a linha piezométrica e a linha de energia para a tubulação inferior e os dois tanques.
   b. Calcule a vazão na tubulação inferior.
   c. Calcule a pressão p_i no tanque de pressão.
   d. Desenha na Fig. 2 qualitativamente a linha piezométrica e a linha de energia para a tubulação superior e os dois tanques
   e. Calcule a vazão na tubulação superior.

f. Calcule o nível de água no piezômetro que foi colocado na tubulação superior e desenha este nível na Fig. 2.

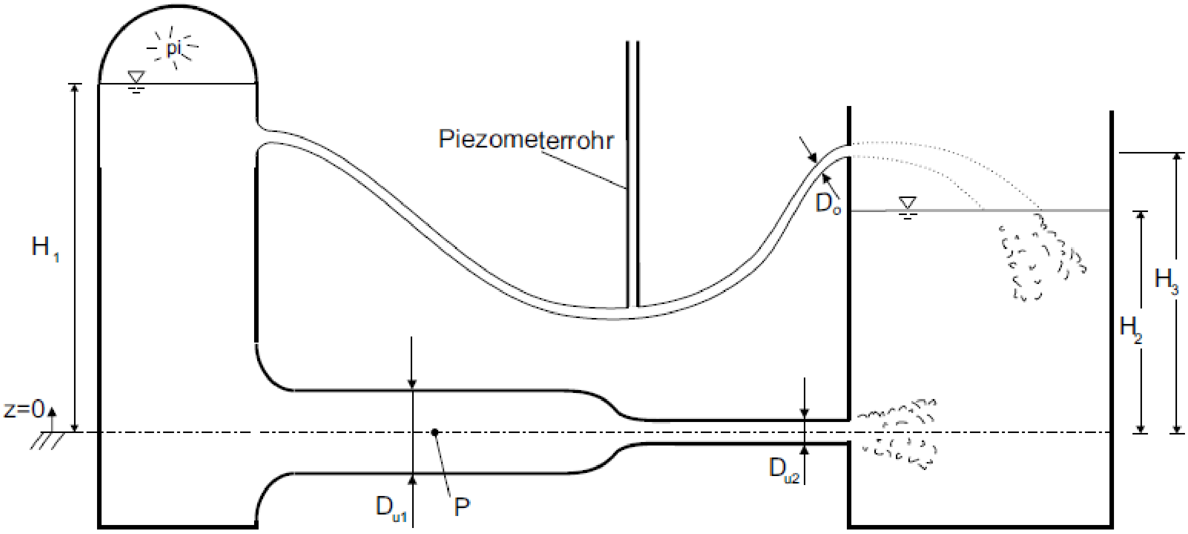
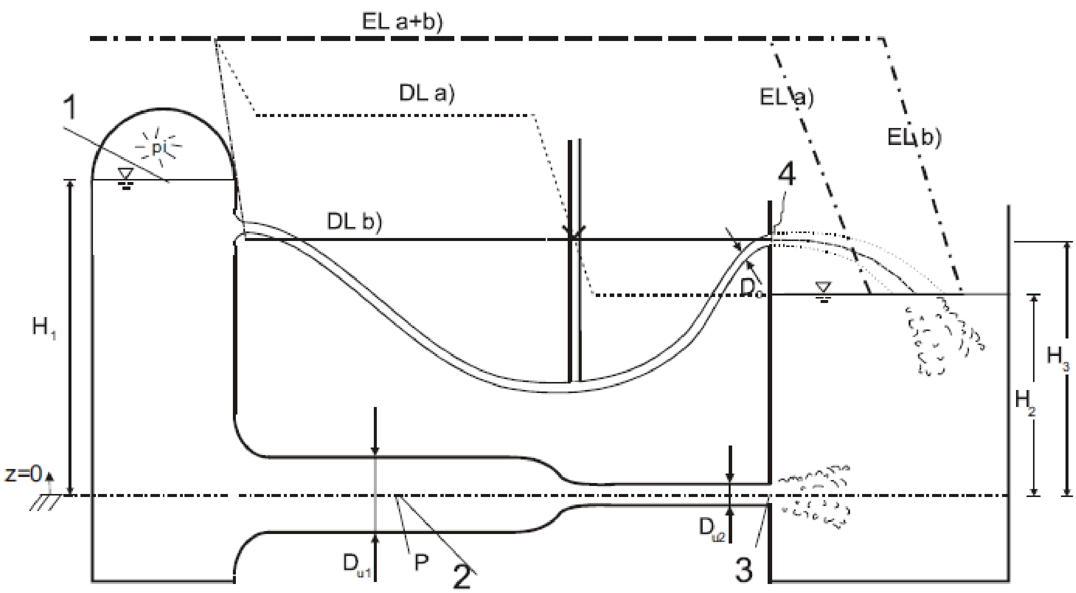


Fig. 2: Sistema de tubulações

Solução



$b)$ Bernoulligleichung:

$p_2/\gamma + V_2^2/2g + z_2 = p_3/\gamma + V_3^2/2g + z_3$

$z_2 = z_3 = 0$; $p_3/\gamma = H_2$

$p_2/\gamma + V_2^2/2g = H_2 + V_3^2/2g$

Kontinuitätsgleichung:

$V_2A_2 = V_3A_3$

$V_2 = V_3A_3/A_2$

$p_2/\gamma + (V_3A_3/A_2)^2/2g - H_2 = V_3^2/2g$

$p_2/\gamma - H_2 = V_3^2/2g(1 - (A_3/A_2)^2)$

$V_3 = [(p_2/\gamma - H_2)2g/(1 - (A_3/A_2)^2)]^{0,5}$

$V_3 = [73,23/0,9375]^{0,5} = 8,838m/s$

$Q = V_3A_3 = 0,278m^3/s$

$c)$

$p_1/\gamma + V_1^2/2g + z_1 = p_3/\gamma + V_3^2/2g + z_3$

$z_1 = H_1$; $V_1^2/2g = 0$; $p_3/\gamma = H_2$; $z_3 = 0$

$p_1 = (H_2 + V_3^2/2 - H_1)\gamma$

$p_1 = 24,34kN/m^2$

$e)$

$p_1/\gamma + V_1^2/2g + z_1 = p_4/\gamma + V_4^2/2g + z_4$

$z_1 = H_1$; $V_1^2/2g = 0$; $p_4/\gamma = 0$; $z_4 = H_3$

$V_4 = [(p_1/\gamma + H_1 - H_3)2g]^{0,5}$

$V_4 = 8,264m/s$

$Q = V_4A_4 = 0,065m^3/s$

$f)$

$z_{piezo} = H_3$

$z_{piezo} = 9m$

3. Quando se aproxima uma bola de ping pong num jato de ar (temperatura de T = 20°C) que sai de um bocal (diametro D = 0,05 m) com velocidade V_1 = 20m/s e inclinação com angulo α_1 = 60°, observe-se que a bola fica sugado pelo jato e fica prendido no jato. O jato nesta situação passa a ser desviado com um angulo contra a horizontal de α_2 = 50°.
   a. Determine uma relação geral para calcular a massa M_k da bola nesta situação.
   b. Qual é a massa M_k da bola com os valores dados.

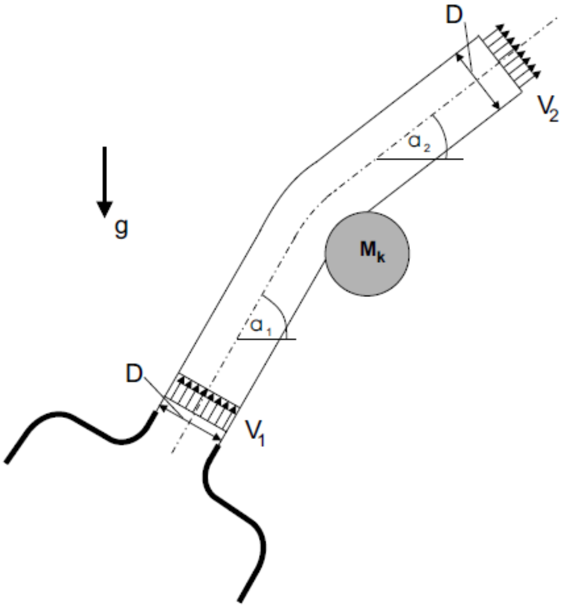


Fig. 3: Jato de ar com bola de ping pong

<u>Solução</u>

Aufgabe 5

Freistrahl: $V_1 = V_2 = V$

$Q_1 = V_1 * A_1 = V_2 A_2 = Q_2$

$Q = V * D^2/4 * \pi$

$Q = 0,0393 m^3/s$

Vertikaler Impulssatz:

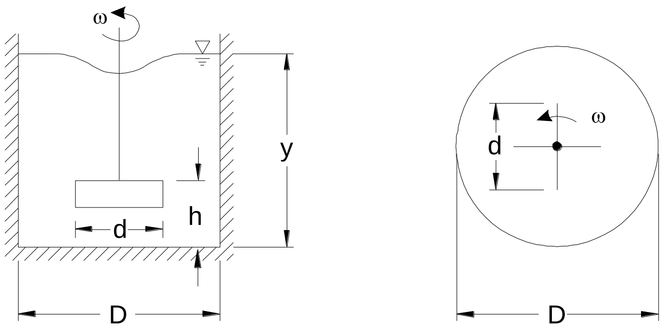
$$
\begin{aligned}
-M_k * g &= [-\rho Q V] \sin \alpha_1 + [\rho Q V] \sin \alpha_2 \\
M_k &= \rho Q V (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2)/g \\
M_k &= 9,605 g
\end{aligned}
$$

4. Para a construção de um arejador de superfície com um hélice misturador que se gira com uma velocidade angular constante ω [1/s] é necessário de fazer uma analise dimensional para obter a potencia N [Nm/s] necessária. Os parâmetros característicos são a densidade ρ, o peso especifico γ e a viscosidade dinâmica μ.
   a. Porque a densidade e o peso especifico são parâmetros característicos para este problema (justifique com poucas palavras)?
   b. Define os números adimensionais característicos do problema.
   c. Define um numero Reynolds e Froude para este problema.
   d. Define para a escala geométrica L_r dada e um fluido igual em modelo e realidade a velocidade angular ω_m necessário no modelo através da semelhança Froude e Reynolds e discute o resultado em poucas palavras.

   <u>Dados</u>:

Diâmetro	d = 1 m	Velocidade angular	$\omega = 120\ s^{-1}$
Diâmetro	D = 3 m	Aceleração gravitacional	$g = 9,81\ m/s^2$

Distancia	h = 1 m	Densidade	ρ = 1000 kg/m^3
Profundidade	y = 3 m	Escala geométrica	L_r = ½



Solucao

5a) Se requer a densidade ρ por causa da inercia e o peso especifico ou g por causa da aceleracao de gravidade (superficio livre.

6.2.2: Analise dimensional

$\mu = \nu \cdot \rho$

$$N = f(d, D, h, y, \omega, \rho, \gamma, \mu)$$

$$\underbrace{\left[\frac{F \cdot L}{T}\right]}_{\left[\frac{M L}{T^2} \cdot \frac{L}{T}\right]} \quad [L] \quad \left[\frac{1}{T}\right] \quad \left[\frac{M}{L^3}\right] \quad \underbrace{\left[\frac{F}{L^3}\right]}_{\left[\frac{M}{L^2 T^2}\right]} \quad \left[\frac{L^2}{T}\frac{M}{L^3}\right]$$

$$= \left[M \frac{L^2}{T^3}\right]$$

1)

N - M = 6 parametros adimensionais

N = 9 variaveis

M = 3 dimensoes

2) L: d [L]

$$\frac{N}{d^2} = f_1\left(\frac{D}{d}, \frac{h}{d}, \frac{y}{d}, \omega, \rho d^3, \gamma d^2, \mu d\right)$$

$$\left[\frac{1}{T}\right][M]\left[\frac{M}{T^2}\right]\left[\frac{M}{T}\right]$$

3) T: $\omega = \left[\frac{1}{T}\right]$

$$\frac{N}{d^2 \omega^3} = f_2\left(\frac{D}{d}, \frac{h}{d}, \frac{y}{d}, \rho d^3, \frac{\gamma d^2}{\omega^2}, \frac{\mu d}{\omega}\right)$$

$$[M] \qquad [M] \quad [M] \quad [M]$$

M: $\rho d^3 [M]$

$$\frac{N}{\rho d^5 \omega^3} = f_3\left(\frac{D}{d}, \frac{h}{d}, \frac{y}{d}, \frac{\gamma d^2}{\omega^2 \rho d^3}, \frac{\mu d}{\omega \rho d^3}\right)$$

$$\left[\frac{g}{d\omega^2}\right] \quad \left[\frac{\nu}{d^2 \omega}\right]$$

$$\frac{N}{\rho d^5 \omega^3} = f_3\left(\frac{D}{d}, \frac{h}{d}, \frac{y}{d}, \frac{g}{d\omega^2}, \frac{\nu}{d^2\omega}\right)$$

<u>6.2.3 (a)</u>: Froude

d ω velocidade

$$\frac{g}{d\omega^2} = \left(\frac{\sqrt{g \cdot d}}{d \cdot \omega}\right)^2 = \frac{1}{Fr^2}$$

$$Fr = \frac{d \cdot \omega}{\sqrt{g \cdot d}} = \sqrt{\frac{d}{g}}\ \omega$$

<u>6.2.3 (b):</u> Reynolds

$$\frac{\nu}{d^2\omega} = \frac{\nu}{(d\omega)d} = \frac{1}{Re}$$

$$Re = \frac{d^2\,\omega}{\nu}$$

<u>6.2.4 (a)</u>: Semelhanca de Froude

$$\frac{Fr_m}{Fr_p} = \sqrt{\underbrace{\frac{d_m}{d_p}}_{L_r} \ \underbrace{\frac{g_p}{g_m}}_{\frac{1}{g_r}}}\ \frac{\omega_m}{\omega_p} = Fr_r \overset{!}{=} 1$$

$$\omega_m = \sqrt{\frac{g_r}{L_r}}\,\omega_p = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{2}}}\,\omega_p = \sqrt{2} \cdot \omega_p$$

<u>6.2.4 (b) Semelhanca de Reynolds</u>

$$\frac{Re_m}{Re_p} = \left(\frac{d_m}{d_p}\right)^2 \frac{\omega_m}{\omega_p}\ \frac{\nu_p}{\nu_m} = \frac{L_r^2}{\nu_r}\ \frac{\omega_m}{\omega_p} \overset{!}{=} 1$$

$$\omega_m = \frac{\nu_r}{L_r^2}\,\omega_p = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}\,\omega_p = 4\omega_p$$

DILEMMA: $\omega_{m\ Froude} = \sqrt{2}\ \omega_p \neq \omega_{m\ Reynolds} = 4\ \omega_p$

Somente possivel com numeros de Reynolds grande e com invarianca de Reynols

5. Uma bola esférica foi analisada em escala 1:3 num lago, sendo arrastado em baixo da água. O modelo teve o diâmetro d = 0,3 m e foi arrastado com a velocidade de V = 1,5 m/s na água com temperatura de T = 15°C e foi medida uma força de arrasto de F = 90 N.
    a. Qual força resulta do protótipo em realidade em ar na temperatura de T = 15°C?

Solucao

da analise dimensional: coeficiente de resistencia c~ $\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f(Re)$

$$\mathrm{Re} = \frac{V \cdot L}{\nu}$$

Semelhanca Reynolds

$$\mathrm{Re}_r = \frac{\mathrm{Re}_m}{\mathrm{Re}_p} = \frac{V_r \cdot L_r}{\nu_r} \overset{!}{=} 1$$

$$V_r = \frac{\nu_r}{L_r}$$

$$c_r = \frac{\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_m}{\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_p} = \frac{F_m}{F_p} \cdot \frac{1}{\rho_r V_r^2 L_r^2} \overset{!}{=} 1$$

$$F_p = \frac{F_m}{\rho_r V_r^2 L_r^2} = \frac{F_m}{\rho_r \left(\frac{\nu_r}{L_r}\right)^2 L_r^2} = \frac{F_m}{\rho_r \nu_r^2}$$

$F_m = 90$ N

$$\rho_r = \frac{\rho_m}{\rho_p} = 800 \ \text{bei } 15°\mathrm{C}$$

$$\nu_r = \frac{\nu_m}{\nu_p} = 0{,}08 \text{ bei } 15°\mathrm{C}$$

$$F_p = \frac{F_m}{\rho_r \nu_r^2} = \frac{90\,\mathrm{N}}{800 \cdot 0{,}08^2} = 17{,}57\,\mathrm{N}$$