Curitiba, 8.5.2018

Exercício 2ª
(exercício 2b será publicado em breve)
Mecânica dos Fluidos I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega (no max. até 14h): 18.06.2018
(trabalhos atrasados receberão a nota 0)

As **soluções** deverão ser entregues **impressas em forma de relatório e em forma digital (pdf via email)** e **formatação profissional** (texto digitado, equações numeradas, numerações de páginas e figuras, referências bibliográficas e as figuras, título, introdução, resumo, conclusões e discussão e análise detalhada dos resultados).

Adicionalmente haverá uma **apresentação obrigatória dos resultados nas aulas de 20/06/2018** (Grupo 1 e 2) e **22/06/2018** (Grupo 3 e 4) com presença obrigatória de todos os alunos (não presença receberá nota 0 no item apresentação e arguição). O arquivo da apresentação (pdf ou ppt, tempo maximo de 20min, ultrapassar tempo custa pontos) deve ser encaminhado por email também até **18/06/2018 (no max. 24h)** e não pode ser modificado posteriormente.

O trabalho escrito (60%), a apresentação (10%), as perguntas aos colegas e a arguição (30%) receberá nota que conta para nota final.

Informações adicionais (software, etc.): http://people.ufpr.br/~bleninger/mecfluI.htm

Nomes e assinaturas dos participantes do grupo (garantindo que foi contribuído ao trabalho, sem assinatura: nota 0, *pontuação preenchido pelo professor*):

Nome	Assinatura		*Apresentação*	*Arguição*	*Total*

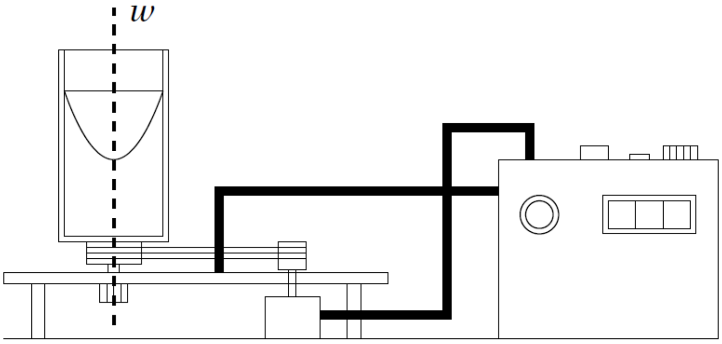
Pontuação da parte escrita (preenchido pelo Professor):

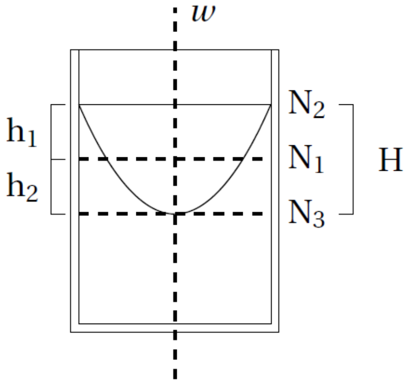
Item	*Ponto*	*Pontos totais*		
Conteúdo/respostas (70%)				
Discussão/analise (20%)				
Forma (10%)				
Soma			*Nota parte escrita*	

Questões

Exercícios de Laboratório (14/05/2018, Laboratório didático de Mecânica dos Fluidos do DHS)

1. Experimentos de aceleração radial
    a. Descrevem e expliquem e desenhem o sistema experimental e os equipamentos de medição utilizados para todos experimentos feitos.





    b. Medem as dimensões importantes do cilindro (diâmetro).
    c. Adicionar água e anotar o nível inicial (N1). Ligar o motor e fixar uma rotação apropriada de modo a não transbordar o líquido.
    d. Registrar a velocidade angular e os níveis máximo e mínimo (N2 e N3). Cada grupo deve utilizar uma velocidade angular diferente.
    e. Descrevem e visualizem (em tabela e gráfico) os resultados das medições.
    f. Deduzam a equação da parábola para o equilíbrio relativo de corpos em rotação e compare quantitativamente os resultados experimentais com os teóricos (adicionando a solução teórica no gráfico).
    g. Interpretem e discutem os resultados e métodos de medição e cálculo.

2. Medição de velocidade no canal
    a. Descrevem e expliquem e desenhem o sistema experimental do canal onde foi medida a velocidade durante a aula de laboratório.
    b. Descrevem e expliquem e desenhem os equipamentos de medição de velocidade (ADV, Molinete, confetti)
    c. Visualizem os dados medidos:
        i. Componente u do Molinete e ADV num único gráfico (seções verticais, transversais)
        ii. Componentes u, v, w do ADV num único gráfico
        iii. Calculem velocidades medias na vertical e transversal e pela seção toda, junto com desvio padrão e min/Max
        iv. Calculem a vazão com todos os dados e comparem com a leitura no manômetro.
        v. Façam a média de todos os perfis verticais e ajustem a curva características ao perfil seguindo a teoria apresentado em sala de aula e definem os coeficientes.
    d. Interpretem e discutem os resultados e métodos de medição (Pesquisam na literatura informações sobre medições de velocidade em escoamentos e descrevem e expliquem as vantagens e desvantagens dos diferentes métodos de medição de velocidade utilizado).

Exercícios para todos os grupos

3. Considerando um escoamento bidimensional com $u = t/(1+n*x^2)$ e $v = n/(1+y)$ (e n = 0,5 (Grupo 1), 2 (Grupo 2), 3 (Grupo 3), 1,5 (Grupo 4)):
    a. Visualize o escoamento em um gráfico para diferentes passos temporais e um domínio (x, y) a sua escolha.

b. Determine a trajetória da partícula que inicia em (x, y) = (n*1, n*1) no tempo t =0 analiticamente e desenha a mesma no gráfico do item a).
c. Determine a linha de corrente que passa no ponto (n*1, n*1) em tempo t = 2 analiticamente e desenha a mesma no gráfico do item a)
d. Determine se o escoamento é uniforme e/ou permanente e justifique a resposta.
e. Determine as acelerações deste escoamento.

4. Considerando duas tubulações com seção idêntica de $A_{1/2}$ = 25 cm² se juntando para formar uma única tubulação de A_3 = 50cm² e observando as temperaturas e concentrações de T_1 = 10°C + n, T_2 = 20°C + n, C_1 = 8mg/l + n, C_2 = 12 + n (e n = 0,5 (Grupo 1), 2 (Grupo 2), 3 (Grupo 3), 1 (Grupo 4)) e as velocidades U_1 = U_2 e as tubulações sendo perfeitamente isolados térmicamente:
   a. Determine a concentração e temperatura na tubulação 3 considerando que a massa específica não varia com a temperatura.
   b. Determine a concentração e temperatura na tubulação 3 considerando que a massa específica varia com a temperatura.
   c. Compare e discute os resultados.

5. De um grande tanque de pressão de água (z_k = 2 m) sai uma tubulação geral com diâmetro D_o = 0,5 m que alimenta 3 tubulações com água quais aberturas se encontram nas cotas z_1 = 1 m, z_2 = 10 m e z_3 = 25 m. No tanque de pressão tem a pressão Grupo 1: p_{k1} = 350 kPa, Grupo 2: p_{k2} = 250 kPa, Grupo 3: p_{k3} = 200 kPa, Grupo 4: p_{k4} = 150 kPa e no tubo geral a pressão p_o = 100 kPa (Fig. 1). O escoamento pode ser considerado sem atrito.
   a. Calcule a vazão Q_o na tubulação geral.
   b. Calcule os diâmetros D_1, D_2 e D_3 das tubulações de irrigação para que saia a mesma vazão de cada tubo individual.
   c. Desenha a linha piezométrica e linha de energia qualitativamente na Fig. 1 para cada tubulação e o tanque.

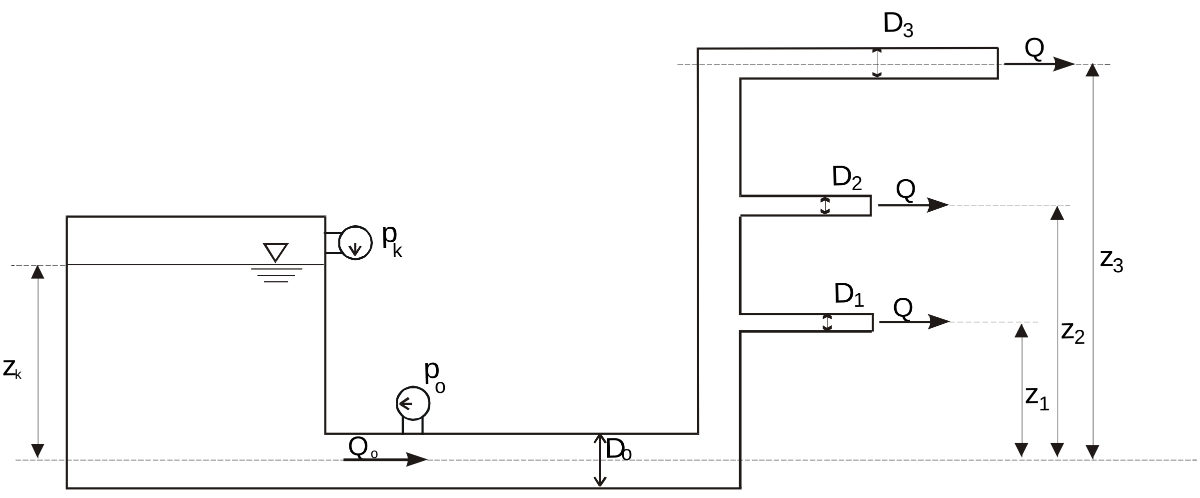


Fig. 1: Tubulações de um sistema de irrigação

Solução
a)
Bernuolli tanque no nível e tubo geral em z = 0
$z_k + p_k/\gamma + V_k^2/2g = + z_0 + p_0/\gamma + V_0^2/2g$
$V_k = 0$
$z_0 = 0$
$\Rightarrow V_0 = [(p_k/\gamma - p_0/\gamma + z_k) *2g]^{1/2}$
$= [(350000/9810 - 100000/9810 + 2)\ 2 * 9,81]^{1/2} = 23,22$ m/s
$A_0 = 0,5^2 * \pi /4 = 0,196$ m²

$Q_0 = V_0 * A_0 = 23{,}22 * 0{,}196 = 4{,}56\ m^3/s$

b)

Continuidade:

$Q = Q_0 / 3 = 1{,}52\ m^3/s$

Bernuolli tanque grande e tubulação i

$p_k/\gamma + z_k = z_i + p_i/\gamma + V_i^2/2g$

Saida livre:

$p_i/\gamma = 0$

$V_i = [(p_k/\gamma + z_k - z_i) *2g]^{1/2}$ 1)

$V_i = Q / A_i$

$A_i = D_i^2\ \pi /4$

$V_i = Q / D_i^2\ \pi * 4$ 2)

1) = 2)

$D_i^2 = Q *4 / \pi * [1 / (p_k/\gamma + z_k - z_i) *2g]^{1/2}$

$= 1{,}52 * 4 / 3{,}14 * [1 / (350000/9810 + 2 - z_i) *2 * 9{,}81]^{1/2}$

$= 0{,}4368 * [1 / (37{,}68 - z_i)]^{1/2}$

$D_i = \{0{,}4368 * [1 / (37{,}68 - z_i)]^{1/2}\}^{1/2}$

$D_1 = \{0{,}4368 * [1 / (37{,}68 - 1)]^{1/2}\}^{1/2} = 0{,}269\ m$

$D_2 = \{0{,}4368 * [1 / (37{,}68 - 10)]^{1/2}\}^{1/2} = 0{,}288\ m$

$D_3 = \{0{,}4368 * [1 / (37{,}68 - 25)]^{1/2}\}^{1/2} = 0{,}350\ m$

6. Um liquido viscoso com massa especifica e viscosidade constante escoa entre duas placas fixas devido a gravidade. As placas tem a distância de Grupo 1: b, Grupo 2: 2b, Grupo 3: 3b, Grupo 4: 4b e o escoamento é totalmente desenvolvido com a componente de velocidade w em direção do eixo z. O escoamento assim somente depende de x ($\vec{U} = [0, 0, w(x)]$). Não há gradientes de pressão no sistema. Determine a equação do perfil de velocidade passo a passo e com justificativas e desenha o mesmo na Fig. 2 (gráfico professional).

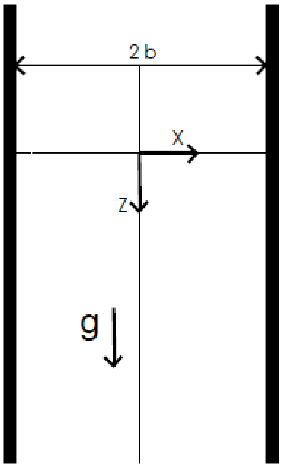


Fig. 2: Escoamento entre placas

Solucao:

x-Komponente der Navier-Stokes-Gleichung:

$$\underbrace{\rho(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z})}_{=0}=\underbrace{\rho g_x}_{=0}-\underbrace{\frac{\partial p}{\partial x}}_{=0}+\mu\left(\underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}}_{=0}\right)$$

y-Komponente der Navier-Stokes-Gleichung:

$$\underbrace{\rho(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z})}_{=0}=\underbrace{\rho g_y}_{=0}-\underbrace{\frac{\partial p}{\partial y}}_{=0}+\mu\left(\underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}}_{=0}\right)$$

z-Komponente der Navier-Stokes-Gleichung:

$$\underbrace{\rho(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z})}_{=0}=\rho g_z-\underbrace{\frac{\partial p}{\partial z}}_{=0}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\underbrace{\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}}_{=0}+\underbrace{\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}}_{=0}\right)$$

Lediglich bleiben nur noch die folgenden Terme übrig:

$$\rho g_z+\mu\frac{d^2w}{dx^2}=0\Rightarrow\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{\rho g_z}{\mu}$$

wobei die partiellen Ableitungen ($\frac{\partial}{\partial x}$) durch *totalen* Ableitungen ersetzt wurden, da w nur von der Variabel x abhängt.

$$mit\ g_z=g:\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{\rho g}{\mu}$$

$$\frac{dw}{dx}=-\frac{\rho g x}{\mu}+C_1$$

$$w=-\frac{\rho g x^2}{2\mu}+C_1x+C_2$$

$$w(-b)=0\ ;\ w(b)=0$$

$$\Rightarrow 0=\underbrace{-\frac{\rho g b^2}{2\mu}+C_1b+C^2}_{+b\ eingesetzt}=\underbrace{-\frac{\rho g b^2}{2\mu}-C_1b+C_2}_{-b\ eingesetzt}$$

$$\Rightarrow C_1=0\ ;\ C_2=\frac{\rho g b^2}{2\mu}$$

$$\Rightarrow w=\frac{\rho g}{2\mu}(b^2-x^2)$$

7. Uma bola esférica foi analisada em escala Grupo 1: 1:3, Grupo 2: 1:4, Grupo 3: 1:2, Grupo 4: 1:5 num canal, sendo arrastado em baixo da água. O modelo tem o diâmetro d = 0,3 m e foi arrastado com a velocidade de V = 1,5 m/s na água e foi medida uma força de arrasto de F = 90 N. Faça uma análise dimensional e define os parâmetros adimensionais obtidos. Qual força resulta do protótipo em realidade em

ar (podem ser utilizados estimativas apropriadas para os parâmetros característicos dos fluidos)?

Solucao

da analise dimensional: coeficiente de resistência c~ $\frac{F}{\rho V^2 D^2} = f(Re)$

$$Re = \frac{V \cdot L}{\nu}$$

Semelhanca Reynolds

$$Re_r = \frac{Re_m}{Re_p} = \frac{V_r \cdot L_r}{\nu_r} \overset{!}{=} 1$$

$$V_r = \frac{\nu_r}{L_r}$$

$$c_r = \frac{\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_m}{\left(\frac{F}{\rho V^2 D^2}\right)_p} = \frac{F_m}{F_p} \cdot \frac{1}{\rho_r V_r^2 L_r^2} \overset{!}{=} 1$$

$$F_p = \frac{F_m}{\rho_r V_r^2 L_r^2} = \frac{F_m}{\rho_r \left(\frac{\nu_r}{L_r}\right)^2 L_r^2} = \frac{F_m}{\rho_r \nu_r^2}$$

F_m = 90 N

$$\rho_r = \frac{\rho_m}{\rho_p} = 800 \text{ bei } 15°C$$

$$\nu_r = \frac{\nu_m}{\nu_p} = 0{,}08 \text{ bei } 15°C$$

$$F_p = \frac{F_m}{\rho_r \nu_r^2} = \frac{90\,N}{800 \cdot 0{,}08^2} = 17{,}57\,N$$

GRUPO 1

8. Numa barreira de óleo (Fig. 3) num rio deve ser calculada a forca F_x por metro largura que atua na barreira. O nível na montante (secção 1) é h_1 = 3m e a distribuição da velocidade na montante pode ser considerado uniforme v_1 = const. A distância entre o fundo e a barreira é y_{barr} = 2 m. O nível na jusante (secção 2) é h_2 = 2,95 m e o perfil de velocidade tem uma parte em forma de uma parábola $v_{2,a} = 2y - y^2$ [m/s] de y = 0 a $y = y_{barr}$ e uma velocidade uniforme $v_{2,b}$ = 0 de $y = y_{barr}$ a $y = h_2$. O escoamento é permanente e as distribuições de pressão nas secções 1 e 2 e nos dois lados da barreira podem ser consideradas hidrostáticas. O escoamento pode ser considerado sem atrito.
    a. Calcule a velocidade v_1.
    b. Calcule a velocidade média na secção 2.
    c. Calcule a forca F_x por metro largura da barreira.
    d. Calcule a profundidade total (óleo e água) no lado da montante da barreira.

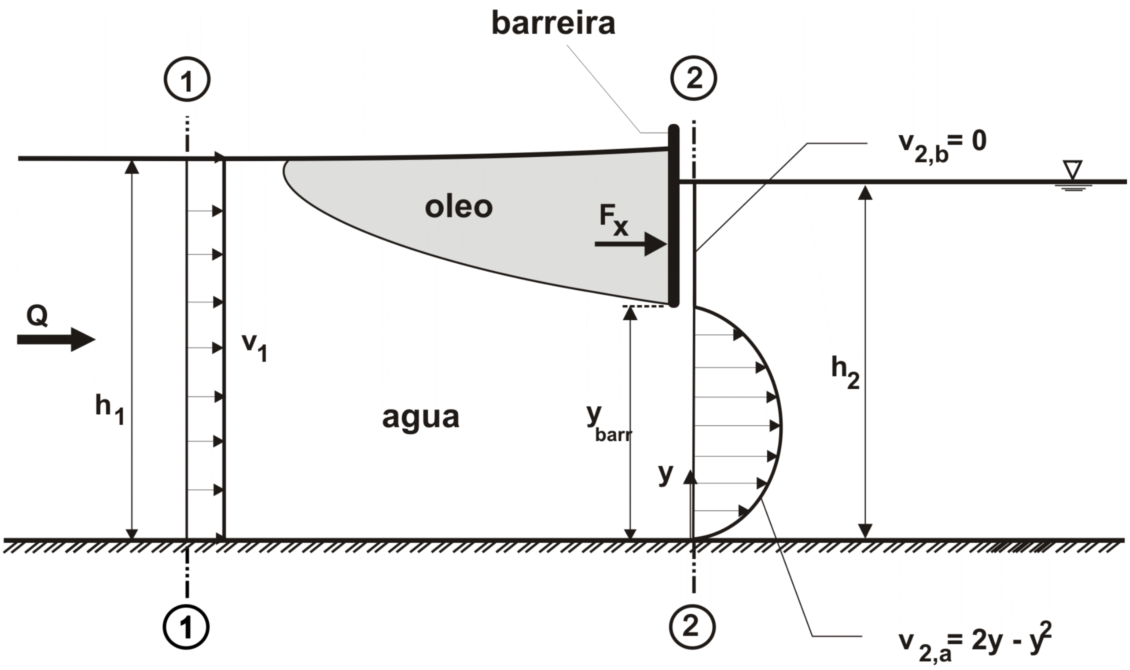


Fig. 3: Barreira de óleo

Solucoes

3.1

① Continuidade: $q_1 = q_2 = q$

① $q = \int_o^y v(y) \cdot dy$

① $q_2 = \int_o^{y_{TW}} v_2 \cdot dy = \int_o^2 \left(2y - y^2\right) dy$

① $q_2 = \left[y^2 - \frac{1}{3} y^3\right]_o^2$

① $q_2 = 4 - 8/3 = 4/3 m^3/(sm$ largura)

① $q_2 = q_1 = v_1 h_1$

① $v_1 = q_1/h_1$

① $v_1 = 4/3 * 1/3 = 0{,}44 m/s$

$\Sigma_{3.1}$ = 8

3.2

① $v_2 = q/y_{TW}$ oder $v_2 = \frac{1}{a} \int_o^{y_{TW}} v_2 \cdot dy$

① $v_2 = 0{,}66 m/s$

$\Sigma_{3.2}$ = 2

3.3

Que. de quantidade de movimento entre 1 e 2

① $\Sigma F = \Sigma I \Leftrightarrow P_1A_1 - P_2A_2 - F_x = I_2 - I_1$

① $F_x = P_1A_1 - P_2A_2 - I_2 + I_1$

① $P_1A_1 = \rho_W \cdot g \cdot \frac{h_1^2}{2}$

① $P_1A_1 = 44145 N/m$

① $P_2A_2 = \rho_W \cdot g \cdot \frac{h_2^2}{2}$

① $P_2A_2 = 42685 N/m$

① $I_1 = \rho_w q v_1$
① $I_1 = 586{,}67 N/m$
① $I_2 = \rho_w q v_2$
① $I_2 = 888{,}89 N/m$
① $F_x = 44145 - 42685 - 888{,}89 + 586{,}67 = 1157 N/m$

$\Sigma_{3.3}$ = 11

3.4

① $P_1 (y = y_{TW}) = P_{ow} (y = y_{TW})$
① $P_{ow} = (h_1 - y_{TW})\gamma_w$
① $h_{ow} = y_{TW} + P_{ow}/\gamma_{Öl}$
① $h_{low} = y_{TW} + (h_1 - y_{TW})\gamma_w/ \gamma_{Öl}$
① $h_{ow} = 2 + (3-2)1000/900 = 3{,}11m$

$\Sigma_{3.4}$ = 5

Σ_3 = 8 + 2 + 11 + 5 = 26

GRUPO 2

9. Um tubo com dois orifícios tem o comprimento L = 0,4m, a massa (sem água) de M = 20 kg e é fixado num grande tanque de água (Fig. 4). O nível do tanque é H = 6 m acima do eixo do tubo. A área do tubo é $A_1 = 0{,}1 m^2$ e os dois orifícios criam jatos livres com áreas de $A_2 = A_3 = 0{,}025\ m^2$. O centro da área A_3 se encontra na cota do eixo do tubo e na metade do tubo. As distribuições de velocidade no tubo e nos podem ser consideradas uniforme. O escoamento pode ser considerado sem atrito.
   a. Desenha a linha piezométrica e a linha de energia pelo eixo do tubo qualitativamente na (Fig. 4)
   b. Calcule as vazões passando as areas A_1, A_2 und A_3.
   c. Calcule pelo tubo as magnitudes e direções dos componentes da forca nas direções x, y e z no local da fixação do tubo no tanque que é necessário para segurar o tubo utilizando um sistema de coordenadas com origem no ponto P na área 1. A distribuição de pressão na área A_1 pode ser considerado uniforme e igual a pressão no ponto P no eixo do tubo.
   d. Calcule os momentos ao redor dos eixos x, y e z no ponto P que resultam devido as forcas calculadas anteriormente.

Solucao

2.1

Wichtig: DL und EL entlang der Rohrachse (Stromlinienbetrachtung!)
Beschriftung der Geschw.höhen (Strahl, 2x Rohr) ①
Energielinie auf Höhe des Wasserspiegels, horizontal (keine Verluste) ①
Drucklinie entlang der Strahlachse und DL auf Höhe des Wassersp. ①
Sprung der Drucklinie an A_2 von Strahlachse nahe an EL①
Sprung der Drucklinie von vorigem Niveau auf niedrigeres Niveau bei A_3 ①
$\Sigma_{2.1}$=5

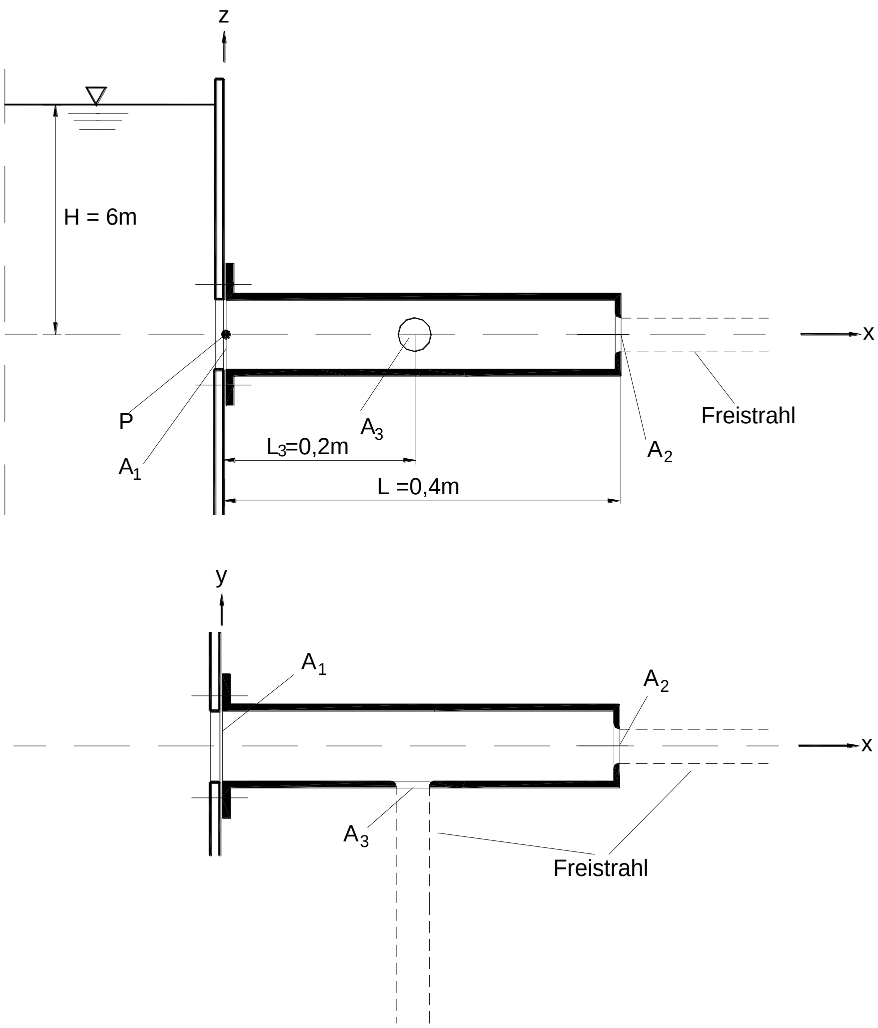


Fig. 4: Tubo com dois jatos livres (cima: vista em corte, baixo: vista em planta)

2.2

$H = 6m = V_2^2/2g$ ①

$V_2 = 10,85\ m/s$ ①

$Q_2 = A_2 V_2$

$= 0,27 m^3/s$ ①

$V_2 = V_3 = 10,85 m/s$ ①

$Q_3 = Q_2 = 0,27 m^3/s$ ①

$Q_1 = Q_2 + Q_3$ ①

$= 0,54 m^3/s$ ①

$\Sigma_{2.1} = 7$

2.3

Druck am Querschnitt 1 (Bernoulli entlang der Stromlinie entlang der Rohrachse):

$p_1/\gamma + v_1^2/2g = v_2^2/2g$ ①

$v_1 = Q_1/A_1$ ①

$= 5,4 m/s$ ①

$p_1 = 44,28\ kN/m^2$ ①

Impulssatz:

$p_1A_1 + F_x = -V_1^2\rho A_1 + V_2^2\rho A_2$ ① (p_1A_1), ① $(-V_1^2\rho A_1 + V_2^2\rho A_2)$

$F_x = -4{,}40\text{kN}$ ①

$F_y = -V_3^2\rho A_3$ ①

$= -2{,}94\text{ kN}$ ①

$F_z = G_{rohr} + G_{wasser}$ ①

$= 196{,}2\text{N} + \gamma V_{rohr}$ ①

$V_{rohr} = LA_1$ ①

$F_z = 0{,}59\text{ kN}$ ①

$\Sigma_{2.3} = 13$

2.4

Momente:

$M_x = 0$ ①

$M_y + F_zL/2 = 0$ ①

$M_y = -0{,}118\text{ kNm}$ ①

$M_z + F_yL/2 = 0$ ①

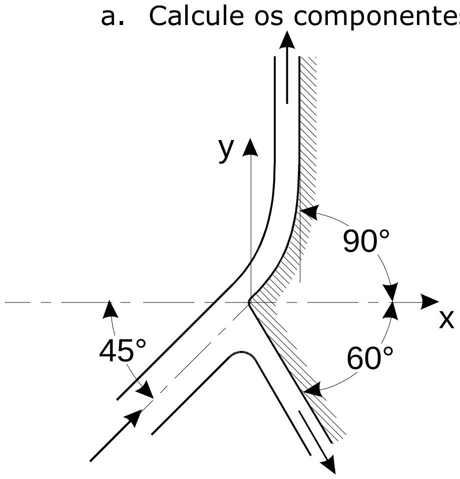
$M_z = 0{,}59\text{kNm}$ ①

$\Sigma_{2.4} = 5$

$\Sigma_{ges,2} = 30$

Grupo 3

10. Um jato de vazão Q = 0,1m³/s e velocidade V = 15m/s bate numa superfície numa maneira que a superfice separa a vazão em partes iguais.
    a. Calcule os componentes da força de apoio.



Aufgabe 4.10:

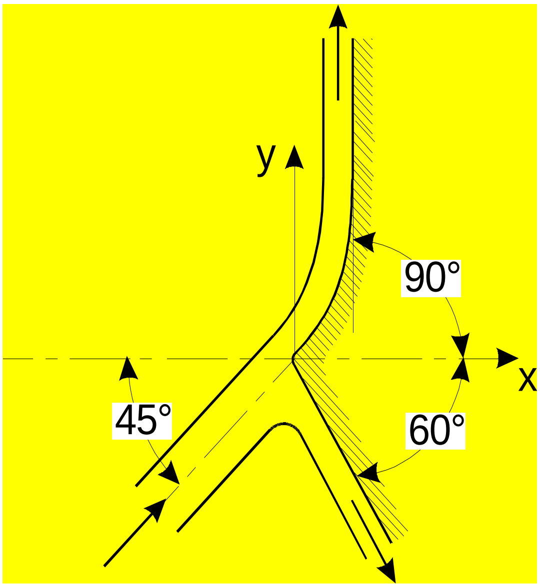
$$\sum F_x = \sum_{K.O.} u(\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$F_x = V \cdot \cos 45^o \cdot (-\rho \cdot Q) + V \cdot \cos 60^o \cdot (\rho \cdot \frac{Q}{2}) + 0$$

$$= V \cdot (-\cos 45^o + \frac{\cos 60^o}{2}) \cdot \rho \cdot Q$$

$$= 15 m/s \cdot (-\cos 45^o + \frac{\cos 60^o}{2}) \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}1 m^3/s$$

$$= -685{,}66 N$$



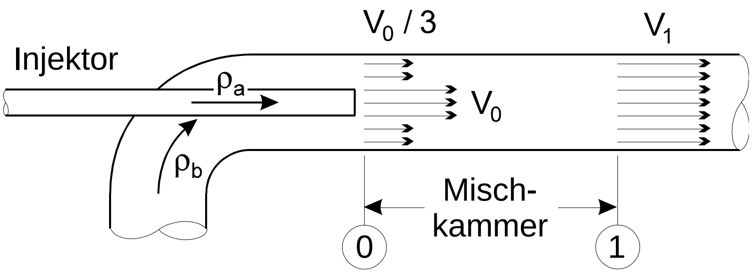
$$F_y = V \cdot \sin 45^o \cdot (-\rho \cdot Q) - V \cdot \sin 60^o \cdot (\rho \frac{Q}{2}) + V \cdot (\rho \frac{Q}{2})$$

$$= V \cdot (-\sin 45^o - \frac{\sin 60^o}{2} + \frac{1}{2}) \cdot \rho \cdot Q$$

$$= 15 m/s \cdot (-\sin 45^o + \frac{1 - \sin 60^o}{2}) \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}1 m^3/s$$

$$= -960{,}18 N$$

11. Um tubo injetor (área a = A/3) injeta o liquido a (ρ_a) no liquido b ($\rho_b = 3\ \rho_a$) no tubo com área A. A velocidade do liquido a é V e a do liqido b é V/3. Na seção 1 ambos líquidos são misturados e tem velocidade V_1. Considere que a pressão nas seções 0 e 1 é constante através da seção e que as forças de atrito podem ser desconsideradas.
    a. Descreva a relação para a mudança da pressão entre seção 0 e 1.



Aufgabe 4.11:

$$\sum \vec{F} = \sum_{K.O.} \vec{V} \cdot (\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$\sum F_x = \sum_{K.O.} u \cdot (\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$p_0 \cdot A - p_1 \cdot A = V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot a) + \frac{V_0}{3} \cdot (-\rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A - a)) + V_1 \cdot (\rho_1 \cdot V_1 \cdot A)$$

$$\rho_1 \cdot V_1 \cdot A - \rho_a \cdot V_0 \cdot a - \rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A - a) = 0 \quad \text{(Massenerhaltung)}$$

$$(p_0 - P_1) \cdot A = V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot a) + \frac{V_0}{3} \cdot (-\rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A - a))$$

$$+V_1 \cdot (\rho_a \cdot V_0 \cdot a + \rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A - a))$$

$$= V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot \frac{A}{3}) + \frac{V_0}{3} \cdot (-3 \cdot \rho_a \cdot \frac{V_0}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot A)$$

$$+V_1 \cdot (\rho_a \cdot V_0 \cdot \frac{A}{3} + 3 \cdot \rho_a \cdot \frac{V_0}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot A)$$

$$p_0 - p_1 = \rho_a \cdot V_0 \cdot (-\frac{V_0}{3} - \frac{2}{9} \cdot V_0 + V_1 \cdot (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}))$$

$$= \rho_a \cdot V_0 \cdot (V_1 - \frac{5}{9} \cdot V_0)$$

GRUPO 4

12. (20 P) A **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** mostra um jato redondo (D = 15cm), livre no plano horizontal que é separado em dois. A forca F no separador (δ = 60°) foi medido com F = 25kN. Calcule a vazão do jato.

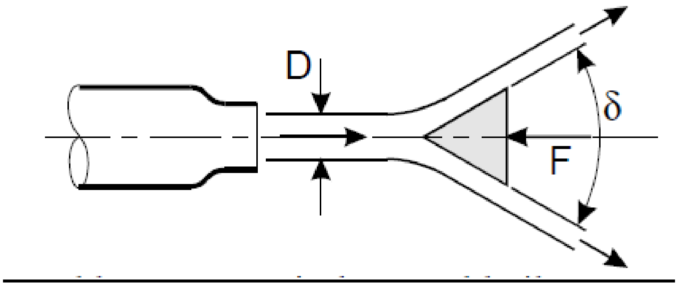


Fig. 5: Jato livre com separador

$$F_x = \sum_{K.O.} u \cdot (\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2}$$

$$-F = V \cdot (-\rho \cdot Q) + V \cdot \cos\frac{\delta}{2} \cdot (\rho \cdot Q)$$

$$= -V \cdot (1 - \cos\frac{\delta}{2}) \cdot \rho \cdot Q$$

$$= -\frac{1 - \cos\frac{\delta}{2}}{\frac{\pi}{4} \cdot D^2} \cdot \rho \cdot Q^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{F \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2}{(1 - \cos\frac{\delta}{2}) \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{25\ \text{kN} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (0{,}15\ \text{m})^2}{(1 - \cos 30^\circ) \cdot 10000\ \text{kg}/\text{m}^3}} \qquad (1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

$$= \sqrt{\frac{25 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}15^2}{1 - \cos 30^\circ}} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 1{,}816\ \text{m}^3/\text{s}$$