Curitiba, 15.08.2016

Exercício 1
Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, DHS, Bloco V, Sala 9.22
Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega: 19.09.2016 - 9:30h
(trabalhos atrasados receberão a nota 0, trabalhos podem ser entregue na aula, deixados no escaninho, em baixo da porta ou entregue por colega de sala)

Estes são os exercícios da disciplina Mecânica dos Fluidos Ambiental I. Não é permitido copiar ou entregar trabalhos em grupos. As soluções deverão ser por escrito, não impressas (apenas gráficos, tabelas e códigos computacionais). O trabalho corrigido será devolvido depois e conta para a nota final.

Informações adicionais (software, livros, textos, etc.):
http://people.ufpr.br/~bleninger/mecfluI.htm

Boa sorte!

Nome: ______________________________

Matricula: ______________________________

Assinatura (garantindo que o trabalho foi feito sem copiar):

____

E-mail (somente para avisos importantes):

____

Pontuação (preenchido pelo Professor):

Questão	Pontos	Pontos totais		
			Porcentagem	
Soma				Nota
Final				

Questões

1. Ar contém 21% oxigênio. Calcule a concentração de oxigênio em ar com uma densidade 1.2 kg/m³ nas seguintes unidades: mg/l; mg/kg; mol/l; ppm

   Solução:
   C_{O2} = 21% = 210 g/kg (fração de massa) = $M_{O2}/M_{mistura}$
   $M_{mistura} = \rho_{mistura} * V_{mistura}$ = 1,2 kg/m³ * 1 m³
   $M_{O2} = M_{mistura}$ * 21% = 0,252 kg

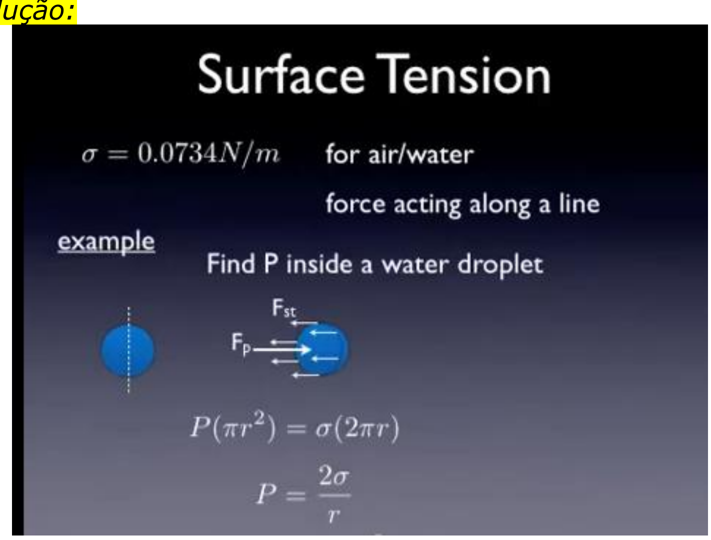
   mg/l: C= M_{O2} / V_{Ar} = 0,252 kg / 1m³ = 252 mg/l
   mg/kg: C= M_{O2} / M_{Ar} = 0,252 kg / 1,2kg = $2{,}1*10^5$ mg/kg = PPM
   mol/l: O: 15,994 g/mol, O_2: 31,988 g/mol, C = 252 mg/l = $7{,}88*10^{-3}$ mol/l

2. Como muda a viscosidade cinemática e a massa especifica do ar e da água com o aumento de temperatura de 0°C a 20°C (resposta curta, qualitativa ou quantitativa)?

   Solução:
   Ar:
   densidade reduz
   viscosidade aumenta
   Agua:
   densidade aumenta até 4°C depois reduz até 20°C
   viscosidade reduz

3. Calcule a pressão dentro de uma gota (forma esférica) de água causada pela tensão superficial (água/ar: σ = 0,0734 N/m) para dois diâmetros diferentes.

Solução:



4. O piezômetro da Fig. 1 é conectado a um tubo. Calcule a pressão *p* que se encontra no eixo do tubo para as massas especificas de ρ_1 = 1000 kg/m³ e $\rho_2 = 2\rho_1$.

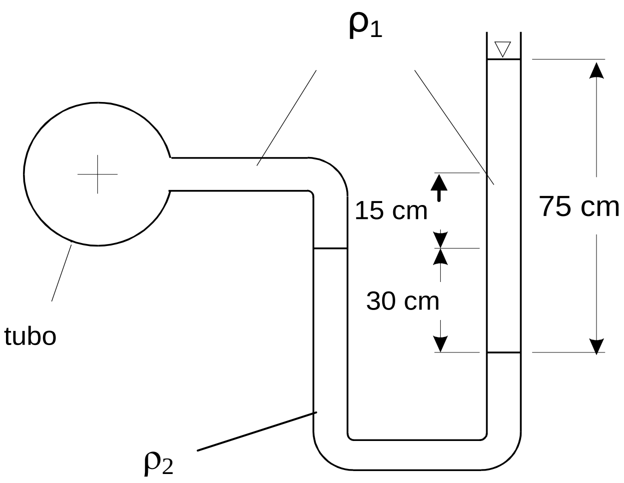


Fig. 1: Piezômetro em tubulação

Solução

$$p_A = p + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}15\ m + \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30\ m = p_0 + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}75\ m$$
$$p - p_0 = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60\ m - \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30\ m = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60\ m - 2 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}30\ m = 0$$

5. (20 P) Um Caisson (tanque cilíndrico de forma de funil, Fig. 2, com volume vazio V_0 = 30000 m^3, peso G = 1,5 · 10^4 kN, diâmetro D = 50 m, altura h = 5 m) com abertura na parte inferior é colocado na água.
   a. Calcule a profundidade y_1 que o Caisson entra na água, considerando uma compressão isotérmica do ar dentro do Caisson seguindo Boyle-Mariotte ($p_0 \cdot V_0 = p_i \cdot V_i$) e pressão atmosférica p_0 = 10^5 Pa.

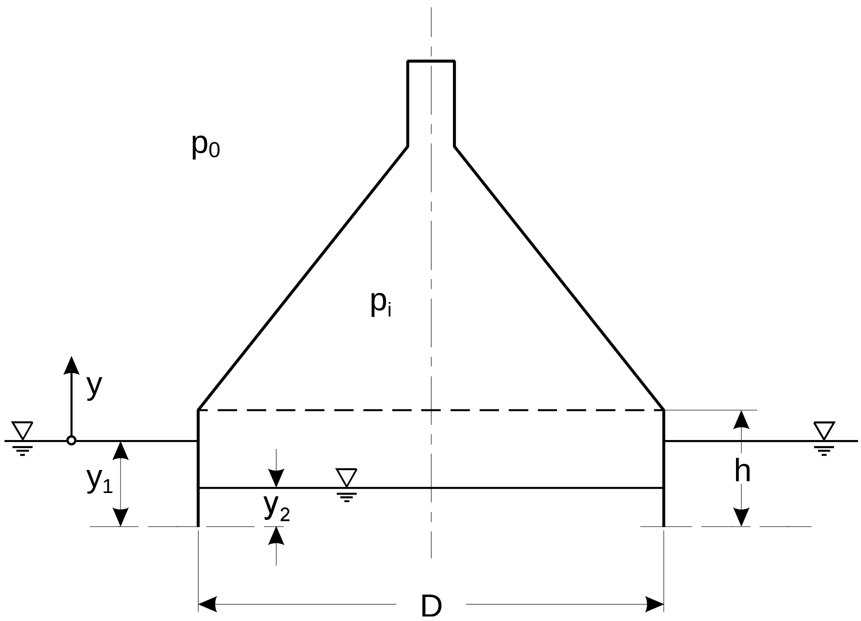


Fig. 2: Funil na água

Solução

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot y_1 = p_i + \rho \cdot g \cdot y_2$$
$$p_i - p_0 = \rho \cdot g \cdot (y_1 - y_2)$$

$$\sum F_y = -A + G = 0$$

$$A = \rho \cdot g \cdot (y_1 - y_2) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = (p_i - p_0) \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2 = G$$

$$p_i = p_0 + \frac{4 \cdot G}{\pi \cdot D^2} = 10^5 \text{ Pa} + \frac{4 \cdot 1{,}5 \cdot 10^7 \text{ N}}{\pi \cdot (50 \text{ m})^2} = 107{,}64 \text{ kPa}$$

$$p_0 \cdot V_0 = p_i \cdot V_i \qquad \text{(Boyle – Mariotte)}$$

$$V_i = V_0 - \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot y_2 = V_0 \cdot \frac{p_0}{p_i}$$

$$y_2 = V_0 \cdot 4 \cdot \frac{1 - \frac{p_0}{p_i}}{\pi \cdot D^2} = 30000 \text{ m}^2 \cdot 4 \cdot \frac{1 - \frac{100}{107{,}39}}{\pi \cdot (50 \text{ m})^2} = 1{,}084 \text{ m}$$

$$y_1 = y_2 + \frac{p_i - p_0}{\rho \cdot g} = 1{,}084 \text{ m} + \frac{107{,}64 \text{ kPa} - 100 \text{ kPa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}863 \text{ m}$$

6. A comporta (Fig. 3, largura B, estrutura sem água, peso desconsideravel) abre quando o nível de água se encontra exatamente na altura do eixo.
   a. Desenha qualitativamente na Fig. 3 as distribuições de pressão que atuam na comporta.
   b. Calcule o valor de K para que a comporta abra nesta condição.

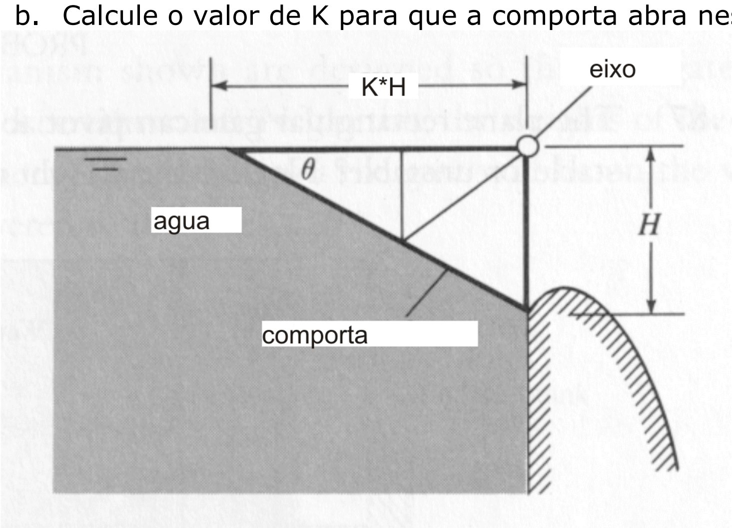
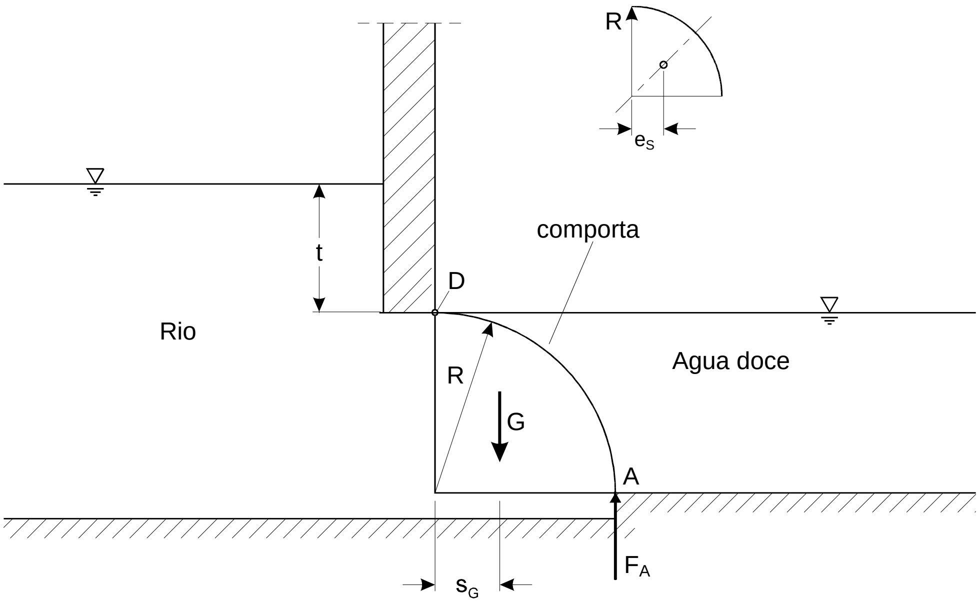


Fig. 3: Comporta

Solução
Gráfico: 5 ponto
$\Sigma M_{eixo} = 0 = H^1/_2\gamma*HB*^2/_3H - H^1/_2\gamma*KHB*^1/_3KH$
$K = 2^{1/2}$

7. A comporta em forma de um quarto de um circulo com raio R = 1m evite a entrada de água salgada do mar (ρ_s = 1025kg/m³) na jusante de um reservatório de um rio (ρ_f = 997kg/m³). O eixo D pode se mover sem resistência e a comporta é vedado no ponto A quando fechado.
   a. Esquematiza os componentes horizontais e verticais das distribuições de pressão na comporta para a situação ilustrado na figura.
   b. Calule a forca vertical de vedação atuando no ponto A por metro largura e dependendo da variável t. A forca G = 30kN/m atua em distancia horizontal s_G = R/3 do ponto D (veja figura). A distancia do centro de gravidade da comporta é e_s = 4R/(3π).

c. Até que profundidade t tem que ser represado o rio para que a comporta se abre automaticamente?



Solução:
2.3.1:

2.3.2:

$$\sum M_D = F_A \cdot R$$

$$+\rho_F \cdot g \cdot (t+R) \cdot R \cdot \frac{R}{2} + \rho_F \cdot g \cdot t \cdot R \cdot \frac{R}{2} + \rho_F \cdot g \cdot R \cdot \frac{R}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot R$$

$$-\rho_S \cdot g \cdot R \cdot \frac{R}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot R - \rho_S \cdot g \cdot R \cdot R \cdot \frac{R}{2} + \rho_S \cdot g \cdot \frac{\pi}{4} \cdot R^2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{R}{\pi} - s_G \cdot G = 0$$

$$F_A = -\rho_F \cdot g \cdot R \cdot t - \rho_F \cdot g \cdot \frac{5}{6} \cdot R^2 + \rho_S \cdot g \cdot \frac{R^2}{2} + \frac{1}{3} \cdot G$$

2.3.3:

$$t = t_0 \quad \text{für} \quad F_A = 0$$

$$t_0 = \left(-\frac{5}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_S}{\rho_F} \right) \cdot R + \frac{G}{3 \cdot \rho_F \cdot g \cdot R} = 0{,}70 \text{ m}$$

8. Determine se os escoamentos na figura Fig. 4 são uniformes ou não (justifique com poucas palavras)

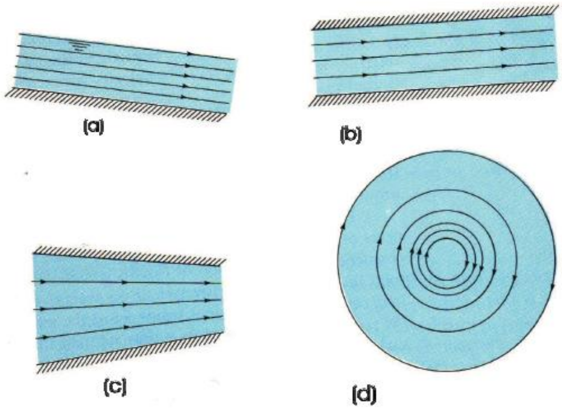


Fig. 4: Escoamentos

Solução

- a,b e d são uniformes: a variação da velocidade ao longo de uma linha corrente é zero $\partial v/\partial s = 0$

9. Os dois pistões do tanque com água na Fig. 5 se movimentam para esquerda. O pistão A (diâmetro D_A = 1m) se movimenta duas vezes mais rápido que pistão B (diâmetro = 2m).
   a. Determine e justifique se o nível no tanque aumenta, reduz ou fica constante.

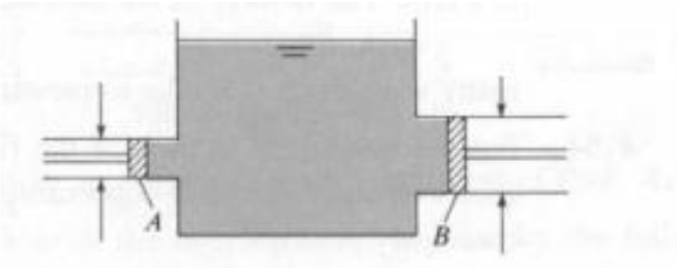


Fig. 5: Pistões

Solução

$V_A A_A - V_A/2\, A_B + V_T A_T = 0$ (considerando um aumento do nível)
$-7/4 V_1 \pi + V_T A_T = 0$
$V_T > 0$ (confirmando a consideração)
Nível sobe.

10. Ar seco com massa especifica e velocidade v_1 entra em um duto de seção retangular h × b, cujo fundo é um reservatório de água como mostra a Fig. 6. Na saída, as distribuições de velocidade e concentração de vapor de água são dadas por:

$$v(y) = 4v_2\frac{y(h-y)}{h^2}, \quad C(y) = C_0\frac{(h-y)}{h}.$$

Desprezando as variações de velocidade nas laterais,
   a. Calcule a velocidade máxima na saída (seção 2) v_2 em função de v_1
   b. Calcule o fluxo de massa J de vapor de água que evapora do reservatório em função de C_o, v_2, b e h.

Solução

(a) Este ítem diz respeito à velocidade do *fluido*, e portanto deve ser solucionado considerando-se a conservação da massa do fluido (7.30). Como o escoamento é permanente, o termo transiente é nulo. O termo devido aos fluxos advectivos têm componentes na entrada (S_1) e na saída (S_2) do duto, portanto:

$$\begin{aligned}\int_{SC} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS &= \int_{S_1} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS + \int_{S_2} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS \\ &= -\rho v_1 bh + \int_0^h 4v_2\rho\frac{y(h-y)}{h^2}b\,dy = 0, \end{aligned} \tag{7.60}$$

donde, após a integração, obtém-se:

$$v_2 = \frac{3v_1}{2}. \tag{7.61}$$

Repare que $\dot{J}$ não contribui para o balanço de massa do fluido.

(b) A equação de balanço de massa de um soluto (no caso, vapor de água) é dada por (7.58). Como o problema é permanente, o termo transiente ($\partial/\partial t$) é nulo. A integral sobre a superfície de controle (fluxo advectivo) é:

$$\begin{aligned}\int_{S_c} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS &= \int_{S_1} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS \\ &+ \int_{S_2} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS. \end{aligned} \tag{7.62}$$

Como por hipótese o ar está seco na entrada do duto (S_1), a integral naquela superfície é nula ($C_A = 0$), e a integral de superfície em S_2 irá equilibrar o fluxo difusivo de massa do soluto:

$$\begin{aligned}\dot{J} &= \int_{S_2} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS = \frac{\rho 4C_0v_2b}{h^3}\int_0^h y(h-y)^2dy \\ &= \frac{1}{3}\rho C_0 v_2 bh. \end{aligned} \tag{7.63}$$

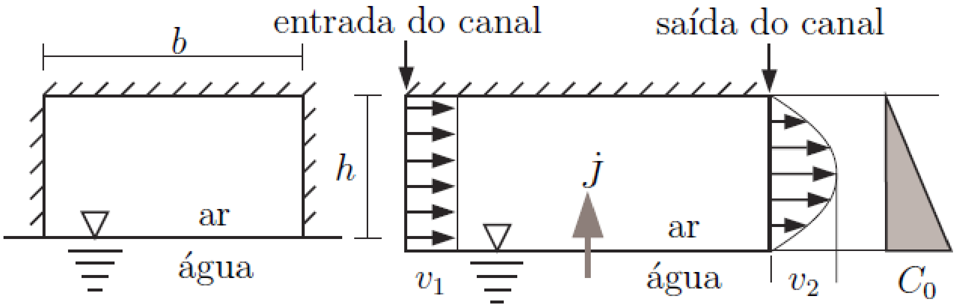


Fig. 6: Reservatório

11. Uma camada de um fluido num canal retangular escoa com profundidade constante h. A distribuição da velocidade é dada aproximadamente com as equações:

$$u = u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right],$$

$v = 0$, w = 0,

com a constante C tendo a dimensão de velocidade.

a. Visualize a distribuição da velocidade adimensional u(y)/u(h) num gráfico, sendo u(h) a velocidade na superfície do fluido.
b. Calcule os componentes de aceleração.
c. O escoamento é permanente/não-permanente e uniforme/não-uniforme (justifique em poucas palavras)
d. O escoamento é rotacional? Se for, calcule o vetor rotacional e visualize os componentes num gráfico.
e. Analise a deformação angular do escoamento.
f. Calcule a vazão.
g. Calcule a velocidade média e adiciona no gráfico da tarefa a).

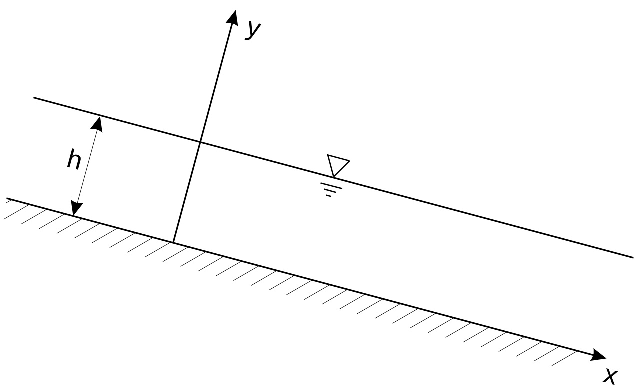
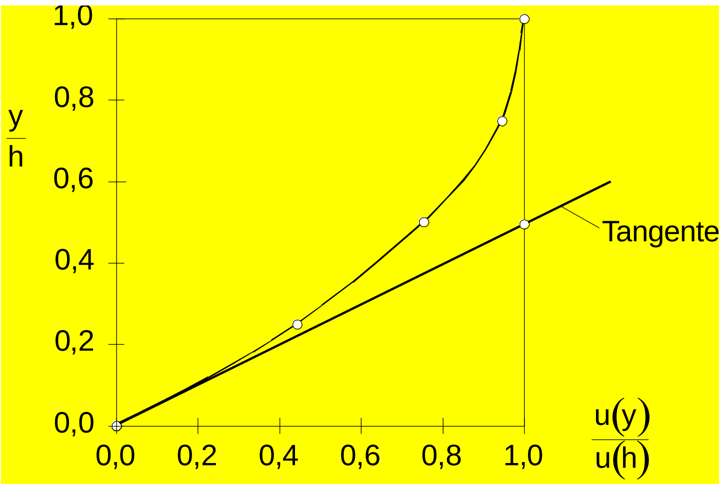


Fig. 7: Corte longitudinal de um canal

Solução:

Solução:



a:

$$u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$y = h \quad : \quad u(y) = u(h) = C \cdot \left(1 - 0^2\right) = C$$

$$u(y) = u(h) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$\frac{u(y)}{u(h)} = 1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2$$

$\frac{y}{h}$	$\frac{u(y)}{u(h)}$
0,00	0,00
0,25	0,44
0,50	0,75
0,75	0,94
1,00	1,00

b:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \;, \text{ da } \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, v, w = 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \;, \text{ da } \frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial x}, v, w = 0$$

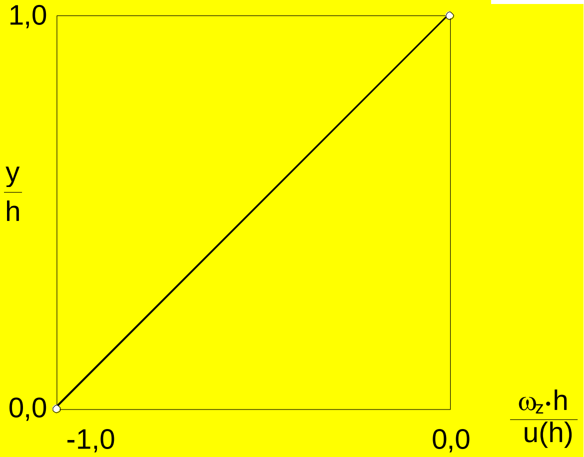
$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \;, \text{ da } \frac{\partial w}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial x}, v, w = 0$$

c) permanente ($\frac{\partial V}{\partial t} = 0$) uniforme ($\frac{\partial V}{\partial x} = 0$).

d)
vetor rotacional

$$2\,\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \;, \quad \text{da } w, v = 0$$

$$2\,\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \;, \quad \text{da } \frac{\partial u}{\partial z}, \; w = 0$$



$$2\,\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 - C \cdot \left[0 - 2 \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h}\right]$$

$$\omega_z = C \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h} = -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

Rotationsvektor:

$$\vec{\omega} = \left(\omega_x,\ \omega_y,\ \omega_z\right) = \left(0,\ 0,\ -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)\right)$$

e):
deformação angular

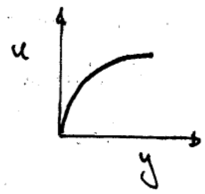
$$\vartheta_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 + 2 \cdot C \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{1}{h}$$

$$\vartheta_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 + 0 = 0$$

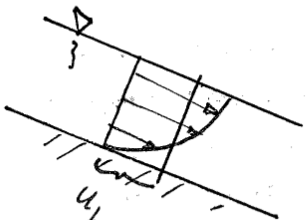
$$\vartheta_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 + 0 = 0$$

Aufgabe 3.1. Durchflußrate

a.) $u_{(0)} = 0$; $u(h) = u_{max}$; $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}\right) = -\frac{2 \cdot u_{max}}{h^2} < 0 \Rightarrow$ rechts-gekrümmt



$\Longrightarrow$ Geschwindigkeits-profil:



$u_{bulk} = \bar{u}$ (da stationär)

b.) Durchflussrate q:

$$q = \frac{1}{b} \cdot \int_A v \cdot dA = \int_0^h \frac{v \cdot b}{b} \cdot dy =$$

$$\int_0^h u_{max} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right] dy = \frac{2}{3}\, u_{max} \cdot h$$

c.) $$\bar{v} = \frac{Q}{b \cdot h} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_{max} \cdot h \cdot b}{h \cdot b} = \frac{2}{3}\, u_{max}$$