Curitiba, 05.05.2013

Exercício 1
Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, DHS, Bloco V, Sala 9.22
Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega: 29.05.2013 - 9:30h
(trabalhos atrasados receberão a nota 0, trabalhos podem ser entregue na aula, deixados no escaninho, em baixo da porta ou entregue por colega de sala)

Estes são os exercícios da disciplina Mecânica dos Fluidos Ambiental I. Não é permitido copiar ou entregar trabalhos em grupos. As soluções deverão ser por escrito, não impressas (apenas gráficos, tabelas e códigos computacionais). O trabalho corrigido será devolvido aproximadamente uma semana depois e conta para a nota final.

Informações adicionais (software, livros, textos, etc.):
http://people.ufpr.br/~tobias.dhs/mecfluI.htm

Boa sorte!

Nome: ____

Matricula: ____

Assinatura (garantindo que o trabalho foi feito sem copiar):

____

E-mail (somente para avisos importantes):

____

Pontuação (preenchido pelo Professor):

Questão	Pontos	Pontos totais		
			Porcentagem	
Soma				Nota
Final				

Questões

1. Ar contém 21% oxigênio. Calcule a concentração de oxigênio em ar com uma densidade 1.4 kg/m³ nas seguintes unidades: mg/l; mg/kg; mol/l; ppm

   Solução:
   C_{O2} = 21% = 210 g/kg (fração de massa) = $M_{O2}/M_{mistura}$
   $M_{mistura} = \rho_{mistura} * V_{mistura}$ = 1,4 kg/m³ * 1 m³
   $M_{O2} = M_{mistura}$ * 21% = 0,294 kg

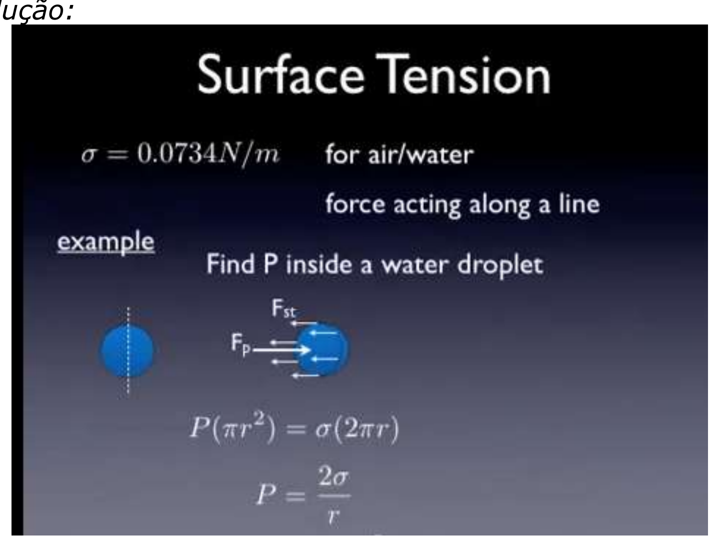
   mg/l: C= M_{O2} / V_{Ar} = 0,294 kg / 1m³ = 294 mg/l
   mg/kg: C= M_{O2} / M_{Ar} = 0,294 kg / 1,4kg = $2,1*10^5$ mg/kg = PPM
   mol/l: O: 15,994 g/mol, O_2: 31,988 g/mol, C = 294 mg/l = $9,19*10^{-3}$ mol/l

2. Como muda a viscosidade cinemática e a massa especifica do ar e da água com a redução de temperatura de 50°C a 0°C (resposta curta, qualitativa ou quantitativa)?

   Solução:
   Ar:
   densidade aumenta
   viscosidade reduz
   Agua:
   densidade aumenta até 4°C depois reduz até 0°C
   viscosidade aumenta

3. Calcule a pressão dentro de uma gota (forma esférica) de água causada pela tensão superficial (água/ar: σ = 0,0734 N/m) para dois diâmetros diferentes.

Solução:



4. O piezômetro da Fig. 1 é conectado a um tubo. Calcule a pressão *p* que se encontra no eixo do tubo para as massas especificas de ρ_1 = 1000 kg/m³ e $\rho_2 = 2\rho_1$.

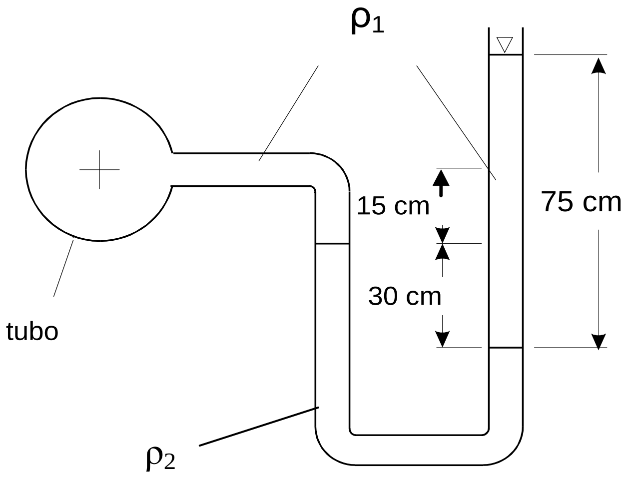


Fig. 1: Piezômetro em tubulação

Solução

$$p_A = p + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}15\ \mathrm{m} + \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30\ \mathrm{m} = p_0 + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}75\ \mathrm{m}$$

$$\underline{p - p_0 = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60\ \mathrm{m} - \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30\ \mathrm{m} = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60\ \mathrm{m} - 2 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}30\ \mathrm{m} = 0}$$

5. A comporta com altura h = 4m e largura b = 2m da Fig. 2 tem um peso W colocado em cima da comporta com distancia L = 5m do eixo. Qual peso W é necessário para que a comporta se abra automaticamente (força entre vedação e comporta desaparece). O peso da própria comporta pode ser desconsiderado, bem como as dimensões da vedação.

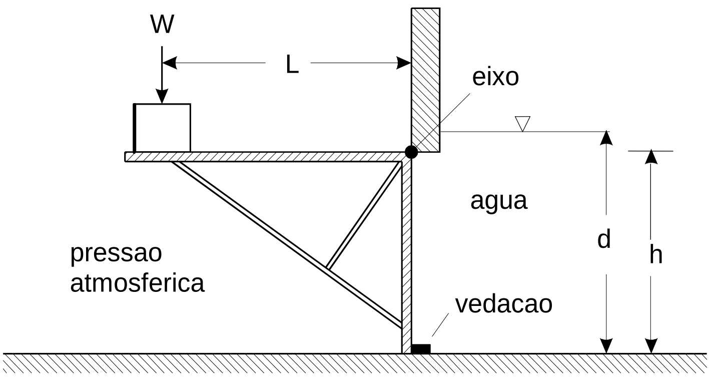


Fig. 2: Comporta

Solução

$$\sum M_G = W \cdot L - R_1 \cdot \frac{h}{2} - R_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot h$$

$$R_1 = h \cdot b \cdot \rho \cdot g \cdot (d - h)$$

$$R_2 = h \cdot b \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2}$$

$$\sum M_G = W \cdot L - h \cdot b \cdot \rho \cdot g \cdot (d - h) \cdot \frac{h}{2} - h \cdot b \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h = 0$$

$$W \cdot L = (h \cdot b \cdot \rho \cdot g) \cdot \left((d - h) \cdot \frac{h}{2} + \frac{h}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot h \right)$$

$$W = 115{,}104\,\mathrm{kN}$$

6. O cilindro feito de dois materiais (Fig. 4, ρ_1 = 3,0*ρ_{agua} e ρ_2 = 0,2*ρ_{agua}) é colocado no reservatório da Fig. 3 com estratificação discreta de dois fluidos (ρ_{agua} = 1000kg/m³ e ρ_{oleo} = 900kg/m³). Calcule a profundidade em que o cilindro flutua dentro do reservatório.

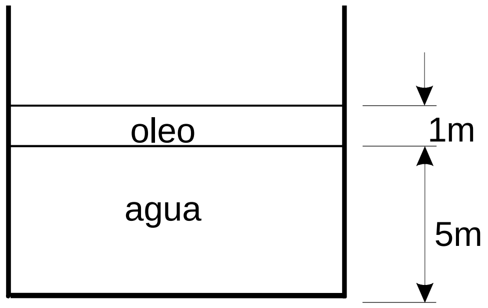


Fig. 3: Reservatório com água e óleo

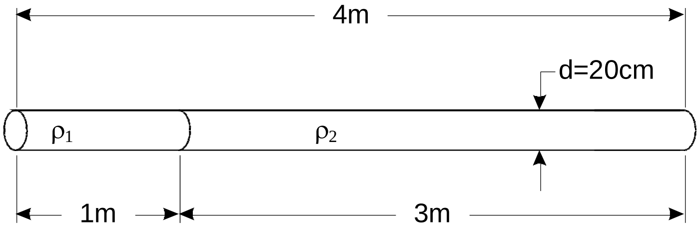


Fig. 4: Cilindro maciço de dois materiais

Solução

$$\sum F_z = p \cdot A - W$$

Pressão em profundidade t:

$$p = \rho_{Öl} \cdot g \cdot 1\,m + \rho_{Wasser} \cdot g \cdot t$$

Peso do cilindro:

$$W = (\rho_1 \cdot g \cdot 1\,m + \rho_2 \cdot g \cdot 3\,m) \cdot A$$

$$\sum F_z = (\rho_{Öl} \cdot g \cdot 1\,m + \rho_{Wasser} \cdot g \cdot t) \cdot A - (\rho_1 \cdot g \cdot 1\,m + \rho_2 \cdot g \cdot 3\,m) \cdot A = 0$$

$$t = \frac{\rho_1 \cdot 1\,m + \rho_2 \cdot 3\,m - \rho_{Öl} \cdot 1\,m}{\rho_{Wasser}} = 2{,}70\,m$$

7. Uma camada de um fluido num canal retangular escoa com profundidade constante h. A distribuição da velocidade é dada aproximadamente com as equações:

$$u = u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right],$$

$$v = 0,$$

com a constante C tendo a dimensão de velocidade.

a. Visualize a distribuição da velocidade adimensional u(y)/u(h) num gráfico, sendo u(h) a velocidade na superfície do fluido.
b. Calcule os componentes de aceleração.
c. Define o tipo do escoamento.

d. O escoamento é rotacional? Se for, calcule o vetor rotacional e visualize os componentes num gráfico.
e. Analise a deformação angular do escoamento.
f. Calcule a vazão.
g. Calcule a velocidade média e adiciona no gráfico da tarefa a).

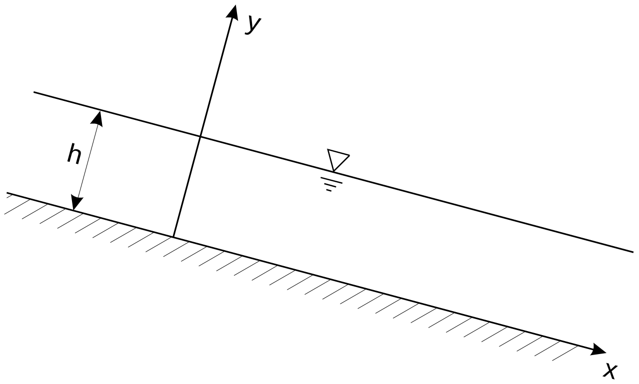
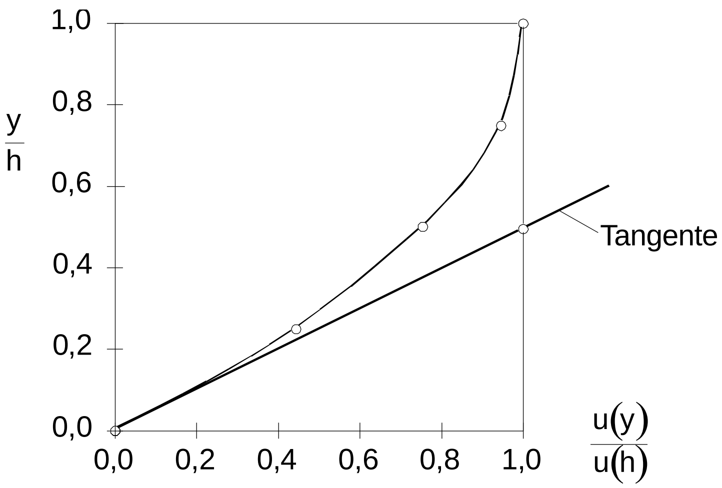


Fig. 5: Corte longitudinal de um canal

Solução:



a:

$$u(y) = C \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$y = h \quad : \quad u(y) = u(h) = C \cdot \left(1 - 0^2\right) = C$$

$$u(y) = u(h) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2\right]$$

$$\frac{u(y)}{u(h)} = 1 - \left(1 - \frac{y}{h}\right)^2$$

$\frac{y}{h}$	$\frac{u(y)}{u(h)}$
0,00	0,00

0,25	0,44
0,50	0,75
0,75	0,94
1,00	1,00

b:

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \ \text{, da } \frac{\partial u}{\partial t},\ \frac{\partial u}{\partial x},\ v,\ w\ = 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \ \text{, da } \frac{\partial v}{\partial t},\ \frac{\partial v}{\partial x},\ v,\ w = 0$$

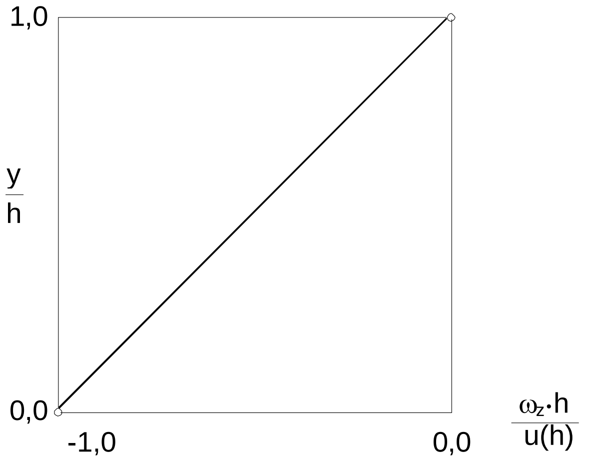
$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \ \text{, da } \frac{\partial w}{\partial t},\ \frac{\partial w}{\partial x},\ v,\ w = 0$$

c) permanente ($\frac{\partial V}{\partial t} = 0$) uniforme ($\frac{\partial V}{\partial x} = 0$).

d)
vetor rotacional

$$2\,\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \ \text{, da } w, v\ = 0$$

$$2\,\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \ \text{, da } \frac{\partial u}{\partial z},\ w = 0$$



$$2\,\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 - C \cdot \left[0 - 2 \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h}\right]$$

$$\omega_z = C \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h} = -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

Rotationsvektor:

$$\vec{\omega} = \left(\omega_x,\ \omega_y,\ \omega_z\right) = \left(0,\ 0,\ -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)\right)$$

e):

deformação angular

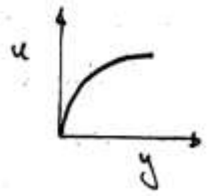
$$\vartheta_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 + 2\cdot C\cdot\left(1-\frac{y}{h}\right)\cdot\frac{1}{h}$$

$$\vartheta_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 + 0 = 0$$

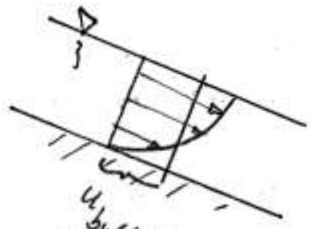
$$\vartheta_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 + 0 = 0$$

Aufgabe 3.1. Durchflußrate

a.) $u_{(0)}=0$; $u(h)=u_{max}$; $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}\right) = -2\cdot\frac{u_{max}}{h^2} < 0 \Rightarrow$ rechts - gekrümmt



$\Longrightarrow$ Geschwindigkeits- profil :



$u_{bulk} = \bar{u}$ (da stationär)

b.) Durchflussrate q:

$$q = \frac{1}{b}\cdot\int_A v\cdot dA = \int_0^h \frac{v\cdot b}{b}\cdot dy =$$

$$\int_0^h u_{max}\cdot\left[1-\left(1-\frac{y}{h}\right)^2\right] dy = \frac{2}{3}\, u_{max}\cdot h$$

c.) $\bar{v} = \frac{Q}{b\cdot h} = \frac{2}{3}\cdot\frac{u_{max}\cdot h\cdot b}{h\cdot b} = \frac{2}{3}\, u_{max}$

8. Dois tubos, cada um com uma área de A_1 = 20cm² se juntam para formar um tubo só, com área de A_2 = 40cm². Os dois tubos levem água com temperaturas e concentrações diferentes (T_1 = 10°C, C_1 = 7µg/l e T_2 = 20°C, C_2 = 21µg/l). Considerando uma velocidade idêntica nos tubos da montante, qual é a temperatura e concentração no tubo de jusante? Considera uma isolação térmica perfeita dos tubos e uma substancia conservador e que o ponto da jusante é vários metros distante da junção dos tubos. Explique em poucas palavras o que se espera se a medição for feita bem próximo a junção na jusante.

Solução:

permanente, incompressivel

Temperatura: $0= \rho c_p T_1 u_1 A_1 + \rho c_p T_2 u_2 A_2 - \rho c_p T_3 u_3 A_3$

$T_3 = (u_1A_1T_1 + T_2u_2A_2) / (u_3A_3)$

$u_1A_1 = u_2A_2$ e $u_1A_1 + u_2A_2 = u_3A_3$

$T_3 = u_1A_1(T_1 + T_2) / (2u_1A_1) = 1/2\,(T_1 + T_2)$ = …°C

9. Um fluido incompressível escoa em regime permanente na junção de tubulação ilustrado na Fig. 6. Qual é a magnitude e orientação da velocidade V_4?

Dado:

Área $A_1 = 4{,}5\ m^2$ Velocidade $V_1 = 2{,}0$ m/s

Área A_2 = 3,0 m^2 Velocidade V_2 = 1,0 m/s
Área A_3 = 2,0 m^2 Velocidade V_3 = 3,0 m/s

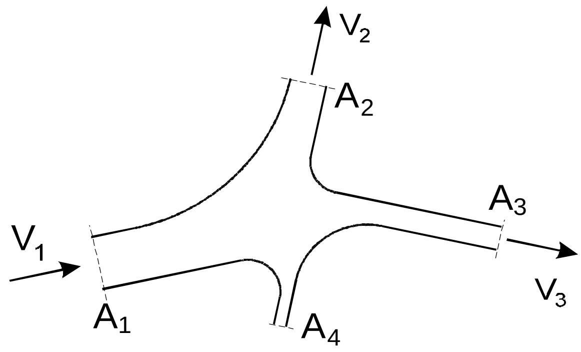


Fig. 6: Junção de tubulações

Solução
Equação da continuidade

$$-V_1 \cdot A_1 + V_2 \cdot A_2 + V_3 \cdot A_3 + V_4 \cdot A_4 = 0$$

$$V_4 = V_1 \cdot \frac{A_1}{A_4} - V_2 \cdot \frac{A_2}{A_4} - V_3 \cdot \frac{A_3}{A_4} =$$

$$= \left(2 \cdot \frac{4{,}5}{1{,}0} - 1 \cdot \frac{3{,}0}{1{,}0} - 3 \cdot \frac{2{,}0}{1{,}0}\right) \frac{m}{s} = 0\ \frac{m}{s}$$

10. Água escoa num canal com largura W e profundidade D (Fig. 7). A distribuição de velocidade foi dada hipoteticamente com as equações:

$$U(x,y) = U_S \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot x^2}{W^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{y^2}{D^2}\right)$$

v = w = 0

com U_S sendo a velocidade no meio do canal na superficie do fluido.

a. Calcule a vazão sendo uma função de U_S, D e W.

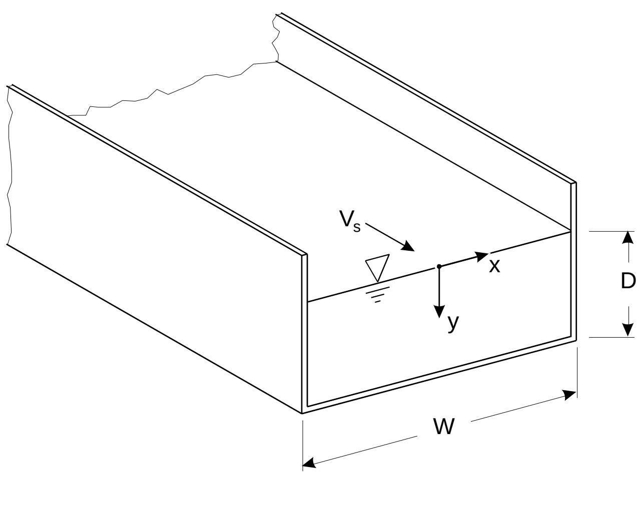


Fig. 7: Canal

Solucao:

$$Q = \int_A \vec{V}\, d\vec{A} = \iint_A V(x,y)\, dx\, dy = \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \int_{y=0}^{D} V_s \cdot \left(1 - \frac{4\,x^2}{W^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{y^2}{D^2}\right) dx\, dy$$

$$= V_s \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \left(1 - \frac{4\,x^2}{W^2}\right)\left(\int_{y=0}^{D} \left(1 - \frac{y^2}{D^2}\right) dy\right) dx = V_s \int_{x=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left(1 - \frac{4\,x^2}{W^2}\right)\left[y - \frac{y^3}{3\,D^2}\right]_{y=0}^{D} dx$$

$$= V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \left(1 - \frac{4\,x^2}{W^2}\right) dx = V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \cdot \left[x - \frac{4\,x^3}{3\,W^2}\right]_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} =$$

$$= V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \cdot 2 \cdot \left(\frac{W}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{W}{8}\right)$$

$$= \frac{4}{9} \cdot V_s \cdot W \cdot D$$

11. Duas placas circulares com diâmetro D se aproximem, cada uma com velocidade constante V (Fig. 8). Entre as placas tem um fluido incompressível.
    a. Calcule a componente radial a_c das acelerações convectivas na área de saída A' na situação que a distancia entre as placas é h e considerando uma distribuição de velocidade constante nesta área?
    b. Calcule a componente radial a_l das acelerações locais na área de saída A' em função de D, V e h.

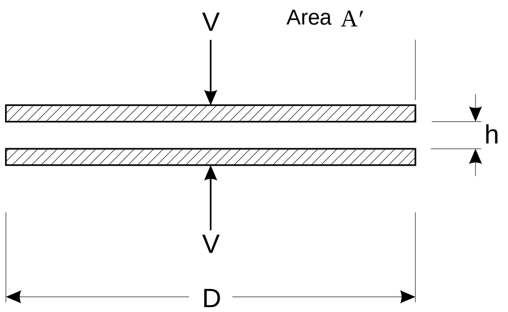


Fig. 8: Duas placas circulares e paralelas

Solução
Equação de continuidade

$$-2\,V \cdot A + V' \cdot A' = 0$$

$$V' = 2\,V \cdot \frac{A}{A'} = 2\,V \cdot \frac{\frac{\pi\,D^2}{4}}{\pi\,D \cdot h} = \frac{1}{2} \cdot V \cdot \frac{D}{h} = V \cdot \frac{r}{h}$$

$$a_r = \frac{dV'}{dt} = \underbrace{\frac{\partial V'}{\partial t}}_{a_{lokal}} + \underbrace{V' \cdot \frac{\partial V'}{\partial r}}_{a_{konvektiv}}$$

$$a_k = V' \cdot \frac{\partial V'}{\partial r} = V \cdot \frac{r}{h} \cdot V \cdot \frac{1}{h} = V^2 \cdot \frac{r}{h^2} = \frac{1}{2} \cdot V^2 \cdot \frac{D}{h^2}$$

b:

$$a_L = \frac{\partial V'}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} V \cdot \frac{r}{h} = \frac{\partial}{\partial t} V \cdot \frac{r}{h(t)} = -V \cdot \frac{r}{h^2} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

für $t = 0$: $h = h_0$

$t = t$: $h = h_0 - 2\ V \cdot t$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -2\ V$$

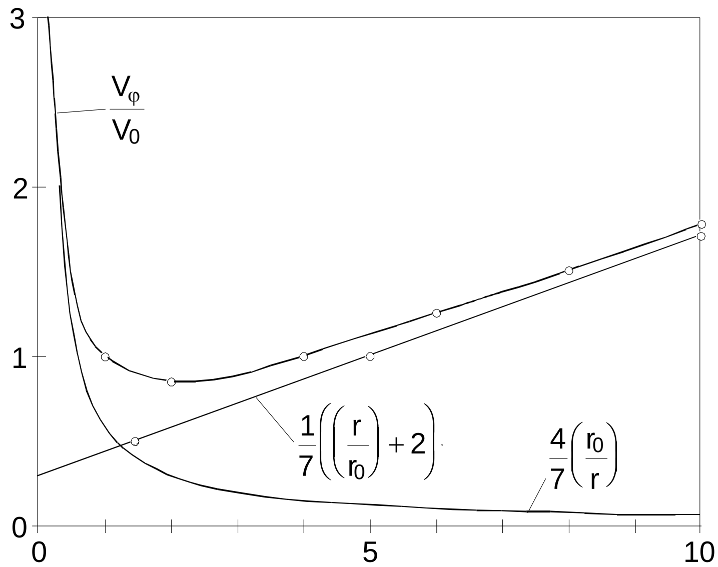
$$a_L = V \cdot \frac{r}{h^2} \cdot 2\ V = 2\ V^2 \cdot \frac{r}{h^2} = V^2 \cdot \frac{D}{h^2}$$

12. O campo de velocidades num escoamento rotacional pode ser descrito em coordenadas cilíndricos (r, φ, z) com a equação:

$$V_\varphi = \frac{V_0}{7} \cdot \left(4 \cdot \left(\frac{r_0}{r} \right) + \left(\frac{r}{r_0} \right) + 2 \right)$$

e $V_r = V_z = 0$

a. Visualize a velocidade tangencial V_φ em função do raio r num grafico.
b. Quais são os componentes da velocidade tangencial?
c. O escoamento satsifaz a equação de continuidade?



a:

$$V_\varphi = \frac{V_0}{7} \cdot \left(4 \cdot \left(\frac{r_0}{r} \right) + \left(\frac{r}{r_0} \right) + 2 \right)$$

$\frac{r}{r_0}$	$\frac{V_\varphi}{V_0}$

0	∞
1	1
2	0,857
4	1
6	1,238
8	1,5
10	1,771

$$\frac{r}{r_0}$$

b:

$$V_\varphi = \frac{V_0}{7} \cdot \left(\underbrace{4 \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right)}_{\text{Potentialwirbel}} + \underbrace{\frac{r}{r_0} + 2}_{\text{Festkörperrotation}} \right)$$

c:

V_r , V_z = 0, somit ist die Kontinuitätsgleichung erfüllt.