Curitiba, 09.10.2017

Avaliação 1
Mecânica dos Fluidos Ambiental I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, Bloco V, Sala 9.22
Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Nome: ____

Pontuação (preenchido pelo Professor):

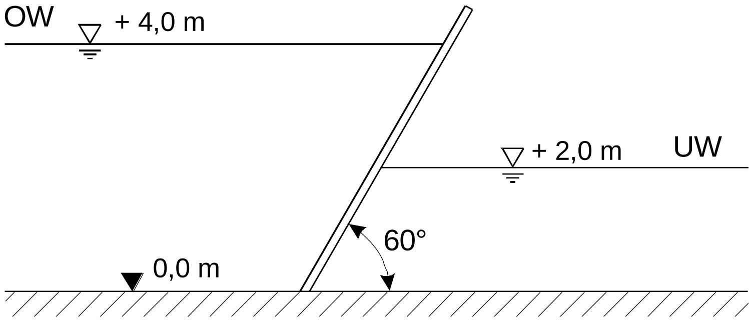
Questão	Pontos	Pontos totais	
1		10	
2		30	
3		5	
4		10	
4		25	
5		10	Nota
Soma		90	

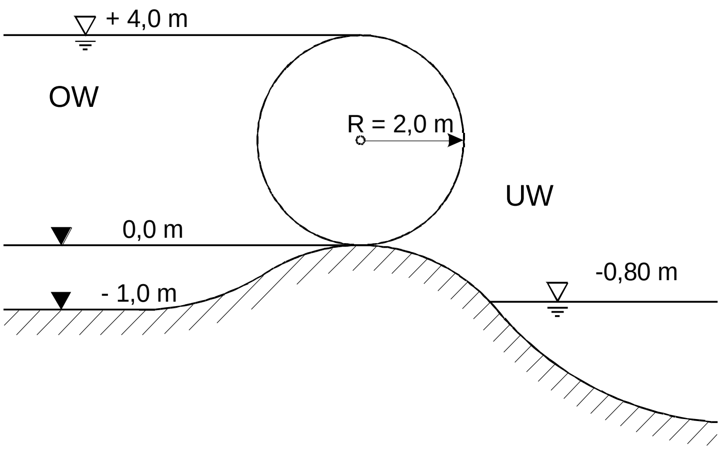
Questões

1. (10) Ar contém 21,5% oxigênio. Calcule a concentração de oxigênio em ar com uma densidade 1.21 kg/m³ nas seguintes unidades: mg/l; mg/kg; ppm

   Solução:
   CO2 = 21,5% = 215 g/kg (fração de massa) = MO2/Mmistura
   Mmistura = ρmistura * Vmistura = 1,21 kg/m³ * 1 m³
   MO2 = Mmistura * 21,5% = 0,260 kg
   mg/l: C= MO2 / VAr = 0,260 kg / 1m³ = 260 mg/l
   mg/kg: C= MO2 / MAr = 0,260 kg / 1,21kg = $2{,}15 \cdot 10^5$ mg/kg = PPM

2. (30) As duas comportas nas figuras seguintes tem uma largura de 10m.
   a. Desenha qualitativamente a distribuição de pressão nas duas comportas.
   b. Calcule a força resultante na comporta (magnitude, ponto de atuação e direção)





$$L = \frac{4{,}0\ \text{m}}{\sin 60^\circ} = 4{,}62\ \text{m}$$

$$R_1 = \rho \cdot g \cdot B \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\ \text{m} \cdot L = 906{,}45\ \text{kN}$$

$$R_2 = \rho \cdot g \cdot B \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\ \text{m} \cdot \frac{L}{2} = 226{,}60\ \text{kN}$$

$$R = R_1 - R_2 = 679{,}85\ \text{kN}$$

$$\sum M_A = R \cdot d = R_1 \cdot \frac{L}{3} - R_2 \cdot \frac{L}{6}$$

$$d = \frac{R_1 \cdot \frac{L}{3} - R_2 \cdot \frac{L}{6}}{R} = 1{,}80\ \text{m}$$

$$e = \frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi} = 0{,}849 \text{ m}$$

$$H = \rho \cdot g \cdot B \cdot \frac{1}{2} \cdot (4 \text{ m})^2 = 784{,}80 \text{ kN}$$

$$V = \rho \cdot g \cdot B \cdot \frac{\pi}{2} \cdot (2 \text{ m})^2 = 616{,}38 \text{ kN}$$

$$R = \sqrt{H^2 + V^2} = 997{,}91 \text{ kN}$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{V}{H} = 0{,}785 \quad \rightarrow \quad \alpha = 38{,}15^\circ$$

$$\curvearrowleft \sum M_A = R \cdot d = H \cdot \frac{4 \text{ m}}{3} + V \cdot \frac{4 \cdot R}{3 \cdot \pi}$$

$$d = \frac{H \cdot \frac{4}{3} + V \cdot \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot \pi}}{R} \text{ m} = 1{,}573 \text{ m}$$

$$d = R \cdot \cos\alpha = 2 \text{ m} \cdot \cos 38{,}15^\circ = 1{,}573 \text{ m} \qquad \text{(R geht durch den Kreismittelpunkt)}$$

3. (5) O piezômetro da Fig. 1 é conectado a um tubo. Calcule a pressão *p* que se encontra no eixo do tubo para as massas especificas de $\rho_1 = 1000$ kg/m³ e $\rho_2 = 2\rho_1$.

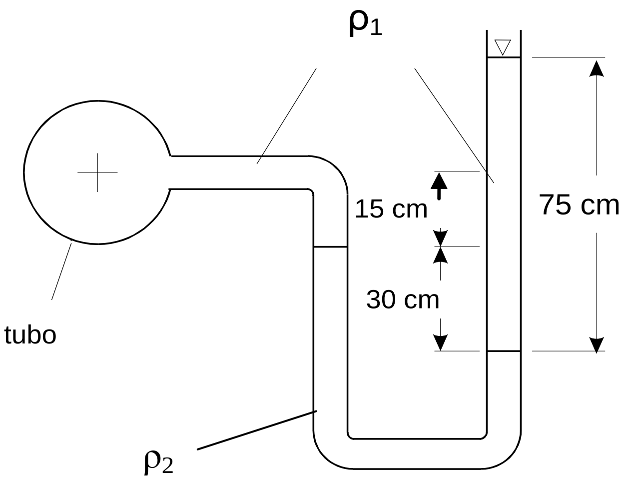


Fig. 1: Piezômetro em tubulação

Solução

$$p_A = p + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}15 \text{ m} + \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30 \text{ m} = p_0 + \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}75 \text{ m}$$

$$p - p_0 = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60 \text{ m} - \rho_2 \cdot g \cdot 0{,}30 \text{ m} = \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}60 \text{ m} - 2 \cdot \rho_1 \cdot g \cdot 0{,}30 \text{ m} = 0$$

4. (10) Os dois pistões do tanque com água na se movimentam para esquerda. O pistão A (diâmetro D_A = 1m) se movimenta duas vezes mais rápido que pistão B (diâmetro = 2m).
   a. Determine e justifique se o nível no tanque aumenta, reduz ou fica constante.

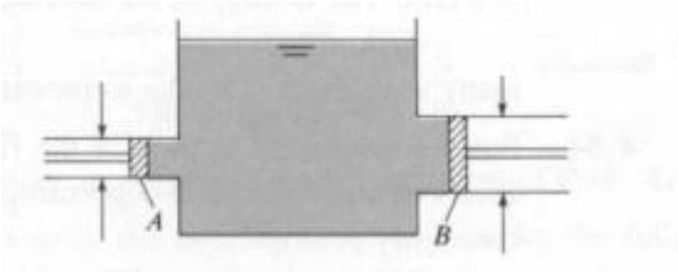


Fig. 2: Pistões

Solução
$V_A A_A$ - $V_A/2\ A_B$ + $V_T A_T = 0$ (considerando um aumento do nível)
$-7/4 V_1 \pi + V_T A_T = 0$
$V_T > 0$ (confirmando a consideração)
Nível sobe.

5. (35) Ar seco com velocidade v_1 entra em um duto de seção retangular h × b, cujo fundo é um reservatório de água como mostra a figura. Na saída, as distribuições de velocidade e concentração de vapor de água forma medidas e dados por:

$$v(y) = 4v_2 \frac{y(h-y)}{h^2}, \quad C(y) = C_0 \frac{(h-y)}{h}.$$

Desprezando as variações de velocidade nas laterais,

a. Calcule a velocidade máxima na saída (seção 2) v_2 em função de v_1
b. Calcule o fluxo de massa J de vapor de água que evapora do reservatório em função de C_o, v_2, b e h.

Solução

(a) Este ítem diz respeito à velocidade do *fluido*, e portanto deve ser solucionado considerando-se a conservação da massa do fluido (7.30). Como o escoamento é permanente, o termo transiente é nulo. O termo devido aos fluxos advectivos têm componentes na entrada (S_1) e na saída (S_2) do duto, portanto:

$$\begin{aligned}\int_{SC} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS &= \int_{S_1} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS + \int_{S_2} \rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS \\ &= -\rho v_1 bh + \int_0^h 4v_2\rho\frac{y(h-y)}{h^2}bdy = 0, \qquad (7.60)\end{aligned}$$

donde, após a integração, obtém-se:

$$v_2 = \frac{3v_1}{2}. \qquad (7.61)$$

Repare que $\dot{J}$ não contribui para o balanço de massa do fluido.

(b) A equação de balanço de massa de um soluto (no caso, vapor de água) é dada por (7.58). Como o problema é permanente, o termo transiente ($\partial/\partial t$) é nulo. A integral sobre a superfície de controle (fluxo advectivo) é:

$$\begin{aligned}\int_{S_c} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS &= \int_{S_1} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS \\ &+ \int_{S_2} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS. \qquad (7.62)\end{aligned}$$

Como por hipótese o ar está seco na entrada do duto (S_1), a integral naquela superfície é nula ($C_A = 0$), e a integral de superfície em S_2 irá equilibrar o fluxo difusivo de massa do soluto:

$$\begin{aligned}\dot{J} &= \int_{S_2} C_A\rho\,(\mathbf{v}\cdot\mathbf{n})\,dS = \frac{\rho 4C_0 v_2 b}{h^3}\int_0^h y(h-y)^2 dy \\ &= \frac{1}{3}\rho C_0 v_2 bh. \qquad (7.63)\end{aligned}$$

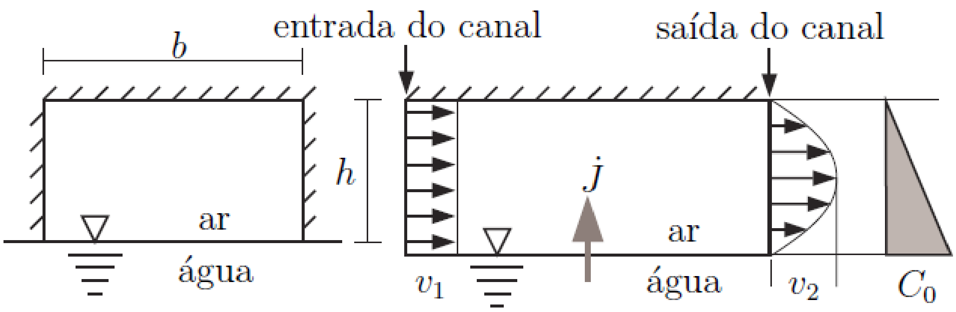


Fig. 3: Reservatório

6. (10) Água escoa num canal com largura W e profundidade D (Fig. 4). A distribuição de velocidade foi dada hipoteticamente com as equações:

$u(y,z) = U_s(1-4y^2/W^2)(1-z^2/D^2)$

$v = w = 0$

com U_S sendo a velocidade no meio do canal na superfície do fluido.

a. Calcule a vazão sendo uma função de U_S, D e W.
b. Calcule a velocidade média.
c. Calcule os componentes de aceleração.
d. Define o tipo do escoamento (permanente/não permanente, uniforme/não uniforme).
e. Verifique se o fluido neste escoamento é compressível/incompressível
f. O escoamento é rotacional? Se for, calcule o vetor rotacional.

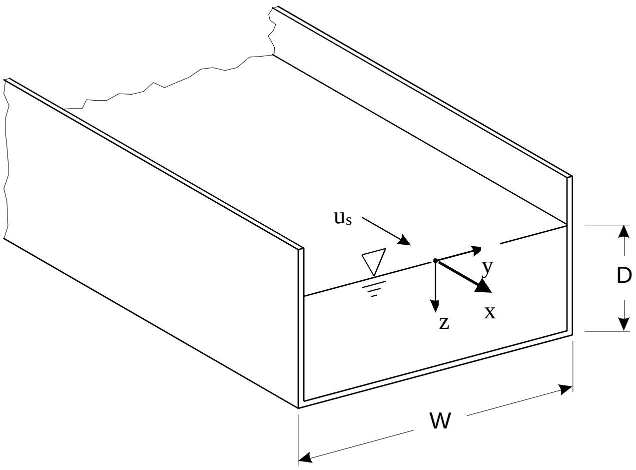


Fig. 4: Canal

Solução:

a:

$$Q = \int_A \vec{V}\, d\vec{A} = \iint_A V(x,y)\, dx\, dy = \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \int_{y=0}^{D} V_s \cdot \left(1-\frac{4x^2}{W^2}\right) \cdot \left(1-\frac{y^2}{D^2}\right) dx\, dy$$

$$= V_s \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \left(1-\frac{4x^2}{W^2}\right)\left(\int_{y=0}^{D}\left(1-\frac{y^2}{D^2}\right) dy\right) dx = V_s \int_{x=-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left(1-\frac{4x^2}{W^2}\right)\left[y-\frac{y^3}{3D^2}\right]_{y=0}^{D} dx$$

$$= V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \int_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \left(1-\frac{4x^2}{W^2}\right) dx = V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \cdot \left[x-\frac{4x^3}{3W^2}\right]_{x=-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} =$$

$$= V_s \cdot \frac{2}{3} \cdot D \cdot 2 \cdot \left(\frac{W}{2} - \frac{4}{3} \cdot \frac{W}{8}\right)$$

$$= \frac{4}{9} \cdot V_s \cdot W \cdot D$$

b: $U_{med} = Q/(WD) = 4/9\ V_s$

c:

$u(y,z) = U_s(1-4y^2/W^2)(1-z^2/D^2)$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \text{ , da } \frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial u}{\partial x}, v, w = 0$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \text{ , da } \frac{\partial v}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial x}, v, w = 0$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \text{ , da } \frac{\partial w}{\partial t}, \frac{\partial w}{\partial x}, v, w = 0$$

d) permanente ($\frac{\partial V}{\partial t} = 0$) uniforme ($\frac{\partial V}{\partial x} = 0$).

e)
du/dx + dv/dy + dw/z = 0 + 0 + 0 = 0 -⟶ incompressivel

f)
vetor rotacional

$$2\,\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \text{ , da } w, v = 0$$

$$2\,\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \text{ , da } \frac{\partial u}{\partial z}, w = 0$$

$$2\,\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 - C \cdot \left[0 - 2 \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h}\right]$$

$$\omega_z = C \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \cdot \frac{-1}{h} = -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$$

Rotationsvektor:

$$\vec{\omega} = \left(\omega_x,\ \omega_y,\ \omega_z\right) = \left(0,\ 0,\ -\frac{u(h)}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)\right)$$

Equações dadas:

Conservação de massa de fluido:
$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} \rho dV_c + \int_{S_c} \rho(\vec{V} \cdot d\vec{A}) = 0$ com V_c: volume de controle, S_c: superfície de controle, ρ: massa especifica, t: tempo, $\vec{V}$: vetor velocidade, $\vec{A}$: vetor área normal

Conservação de massa de um soluto:
$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} C_a \rho dV_c + \int_{S_c} C_a \rho(\vec{V} \cdot d\vec{A}) = \int_{S_c} D\nabla(C_a\rho) d\vec{A}$ com C_a: concentração do soluto e D: difusividade molecular

Conservação de calor:
$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_c} Tc_p \rho dV_c + \int_{S_c} Tc_p \rho(\vec{V} \cdot d\vec{A}) = \int_{S_c} D_T\nabla(Tc_p\rho) d\vec{A}$ com T: temperatura e D_T: difusividade térmica

Componentes da aceleração em escoamentos com vetor velocidade **V** = (u,v,w)

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial w}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y} + w \cdot \frac{\partial w}{\partial z}$$

Componentes do vetor rotação **ω**

$$2\omega_x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$2\omega_y = \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}$$

$$2\omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Deformação

$$\vartheta_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\vartheta_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$\vartheta_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$