Curitiba, 18.10.2017

Exercício 2A
Mecânica dos Fluidos I

Tobias Bleninger
Departamento de Engenharia Ambiental (DEA)
Centro Politécnico, Bloco V, Caixa Postal 19011, 81531-990, Curitiba - PR, Brasil

Data de entrega (no max. até 12h): 06.12.2017
(trabalhos atrasados receberão a nota 0)

As **soluções** deverão ser entregues **impressas em forma de relatório e em forma digital (pdf via email)** e **formatação profissional** (texto digitado, equações numeradas, numerações de paginas e figuras, referencias bibliográficas e as figuras, titulo, introdução, resumo, conclusões e discussão e analise detalhada dos resultados).

Adicionalmente haverá uma **apresentação obrigatória dos resultados na aula de 8/12/17** com presença obrigatória de todos os alunos (não presença receberá nota 0 no item apresentação e arguição). O arquivo da apresentação (pdf ou ppt, tempo maximo de 20min, ultrapassar tempo custa pontos) deve ser encaminhado por email também até **06/12/17 (no max. 24h)** e não pode ser modificado posteriormente.

O trabalho escrito (50%), a apresentação (20%), as perguntas aos colegas e a arguição (30%) receberá nota que conta para nota final.

Informações adicionais (software, etc.): http://people.ufpr.br/~bleninger/mecfluI.htm

Nomes e assinaturas dos participantes do grupo (garantindo que foi contribuído ao trabalho, sem assinatura: nota 0, *pontuação preenchido pelo professor*):

Nome	Assinatura		*Apresentação*	*Arguição*	*Total*

Pontuação da parte escrita (preenchido pelo Professor):

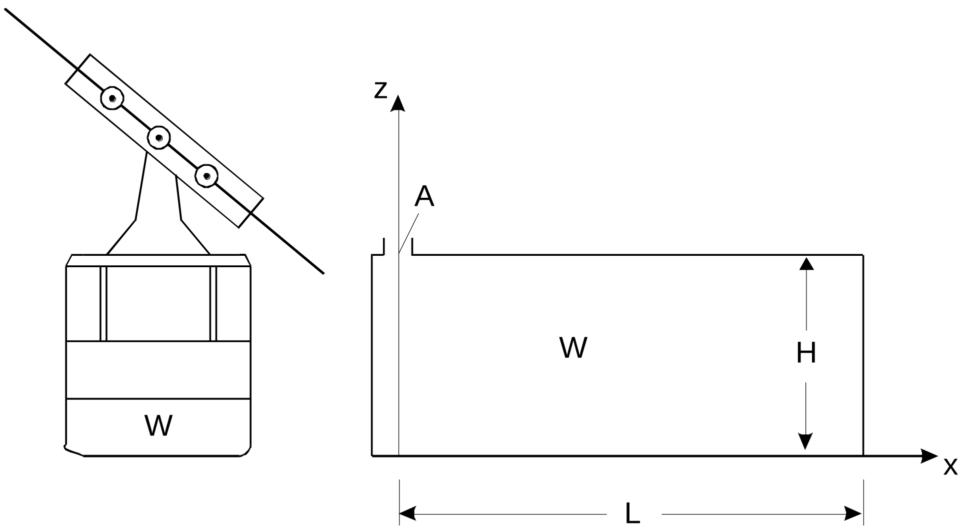
Item	*Pontos*	*Pontos totais*		
Conteúdo/respostas				
Discussão/analise				
Forma (20%)				
Soma			*Nota parte escrita*	

Questões
Todos os grupos:

1. Refaçam a dedução e descrição do escoamento potencial da pagina http://www.ecourses.ou.edu/cgi-bin/ebook.cgi?doc=&topic=fl&chap_sec=07.3&page=theory em portugues.
2. Desenham as linhas de corrente e as linhas potenciais em um programa computacional para obter graficos similares do que ilustrados aqui: http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/fprops/poten/node34.html e
3. Variam os resultados e discutem a utilidade para questões aerodinamicas ou de escoamento subterraneo usando por exemplo capitulo 14 de https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=573c99faed99e140ef6b4e72&assetKey=AS%3A363134289235969%401463589370060 e fazendo calculo e ilustração de resultados por no minimo dois exemplos.

Grupo 1

4. Teleféricos as vezes tem tanques de lastre para evitar movimentações fortes devido a ação de vento.
   a. Calcule a distribuição de pressão ao longo das paredes do tanque na situação de declaração do teleférico (a_x = - 0,75 g [m/s²], a_z = +0,50 g [m/s²]). O tanque é aberto no local A e mede L = 5 H, com L = largura e H = altura
   b. Desenha qualitativamente a distribuição da pressão



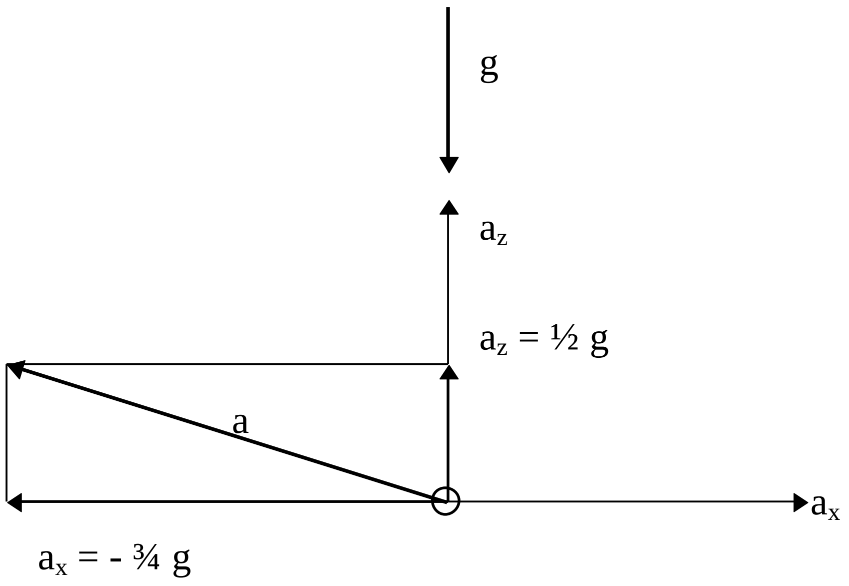
Aufgabe 4.1:

$$a_\ell = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\gamma\, h)}{\partial \ell}$$

$$h = \frac{p}{\gamma} + z$$

γ = konst.:

$$\frac{a_\ell}{g} = -\frac{\partial h}{\partial \ell}$$



4.1.1:

$$\left.\begin{aligned}\frac{a_x}{g} &= -\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{3}{4}\\ \frac{a_z}{g} &= -\frac{\partial h}{\partial z} = +\frac{1}{2}\end{aligned}\right. \Rightarrow \left\{\begin{aligned} h &= \frac{3}{4}x + f_1(z)\\ h &= -\frac{1}{2}z + f_2(x)\end{aligned}\right.$$

Vergleich: $f_1(z) = -\frac{1}{2}z + C_1$

$$f_2(x) = \frac{3}{4}x + C_2$$

$$h = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}z + C_1 = \frac{3}{4}x + C_2 - \frac{1}{2}z$$

$$C_1 = C_2 = C$$

$$h = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}z + C = \frac{p}{\gamma} + z$$

Randbedingung:

$x = 0$, $z = H$, $\frac{p}{\gamma} = 0$ (Atmosphärendruck):

$$h = \frac{3}{4}\cdot 0 - \frac{1}{2}\cdot H + C = 0 + H$$

$$C = \frac{3}{2}H = \frac{3}{10}L$$

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}z + \frac{3}{10}L$$

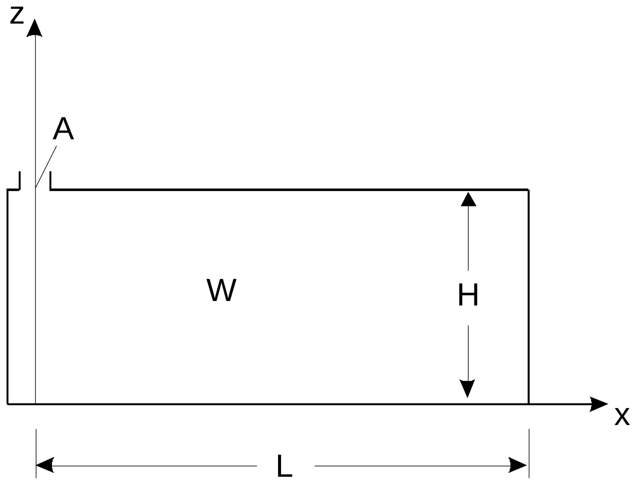
4.1.2:

$$A: x = 0,\ z = H = \frac{L}{5}: \quad \frac{p}{\gamma} = 0$$

$$B: x = 0,\ z = 0\ : \quad \frac{p}{\gamma} = \frac{3}{10} L$$

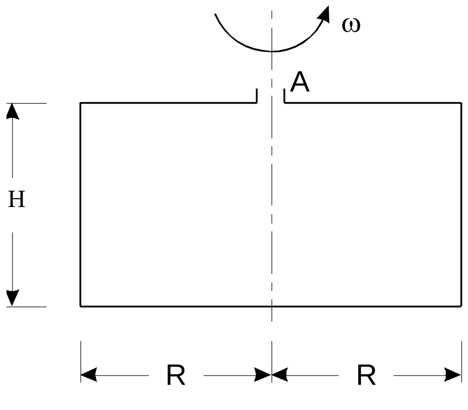
$$C: x = L,\ z = 0: \quad \frac{p}{\gamma} = 1{,}05\ L$$

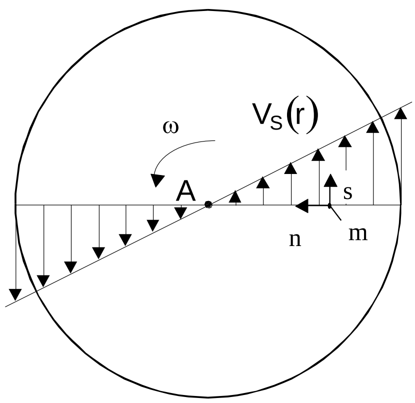
$$D: x = L,\ z = H: \quad \frac{p}{\gamma} = 0{,}75\ L$$



Grupo 2

5. Um cilindro com fluido e abertura A gira com velocidade rotacional constante alpha.
    a. Calcule a distribuição da altura de pressão ao longo de todas as paredes do tanque





<u>Aufgabe 4.2:</u>

$$a_s = \frac{\partial V_s}{\partial t} + V_s \frac{\partial V_s}{\partial s} = 0$$

$$a_n = \frac{\partial V_n}{\partial t} + \frac{V_s^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\text{da } \frac{\partial V_s}{\partial t}, \frac{\partial V_s}{\partial s}, \frac{\partial V_n}{\partial t} = 0, V_s = \omega r$$

$$\frac{a_\ell}{g} = -\frac{\partial h}{\partial \ell}, \gamma = \text{konst.}$$

$$\ell = n$$

$$\frac{a_n}{g} = -\frac{\partial h}{\partial n} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$\partial n = -\partial r$$

$$\frac{\partial h}{\partial r} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$h = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + C = \frac{p}{\gamma} + z$$

Randbedingung:

$r = 0,\ z = H,\ \frac{p}{\gamma} = 0$ (Atmosphärendruck):

$$h = 0 + C = 0 + H$$

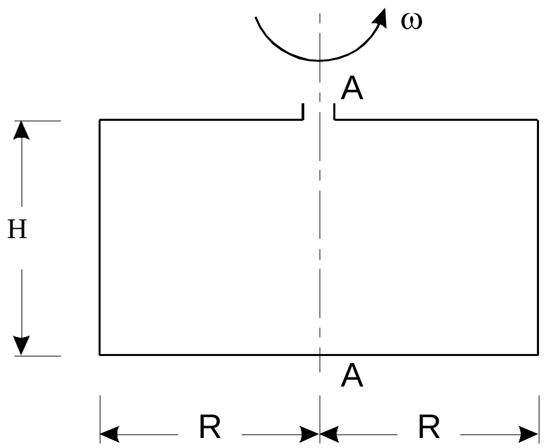
$$\Rightarrow C = H$$

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + H - z$$

Deckel: $z = H:\ \frac{p}{\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g}$

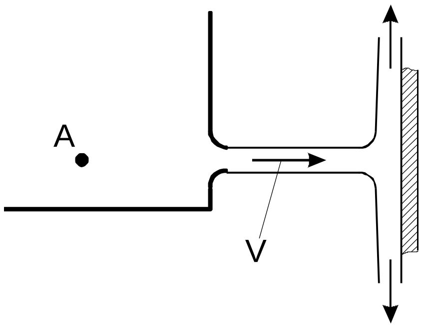
Seiten: $r = R:\ \frac{p}{\gamma} = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + H - z$

Boden: $z = 0:\ \frac{p}{\gamma} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + H$



Grupo 1

6. Um jato de agua livre horizontal com área circular (A = 0,01m²) bate numa placa.
   a. Qual velocidade é necessário para criar uma força na placa de F = 1000 N?
   b. Qual pressão é necessário no ponto A do tanque para criar esta velocidade.



Aufgabe 4.5:

4.5.1:

$$\sum F_x = u\,(\rho\ \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$-F = V(-\rho V A)$$

$$F = \rho V^2 A$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{1000\,N}{1000\frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}01 m^2}} = 10\frac{m}{s}$$

F wirkt von der Platte auf das Fluid. Die Kraft vom Fluid auf die Platte ist entgegengesetzt gleich.

4.5.2:

$$\frac{p_A}{\gamma} + z_A + \frac{V_A^2}{2\,g} = \frac{p}{\gamma} + z + \frac{V^2}{2\,g}$$

$$z_A = z$$

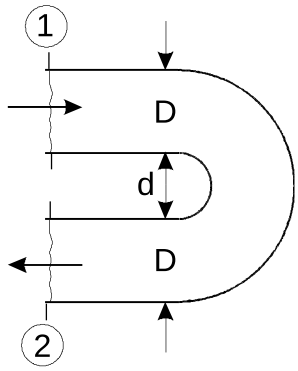
$$V_A << V \quad \text{(großer Behälter)}$$

$$\frac{p}{\gamma} = 0$$

$$p_A = \gamma\frac{V^2}{2g} = \rho\frac{V^2}{2} = \quad 1000\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2} = 50 \cdot 1000\frac{kg\frac{m}{s^2}}{m^2} = 50\ kPa$$

Grupo 2

7. Numa tubulação curva com diâmetro D = 30cm e volume V = 0,1m³ e peso vazio de G = 500 N escoa uma vazão de Q = 0,6m³/s numa pressão de p = 120 kPa.
    a. Quais são os compenentes horizontais e verticais das forças para segurar esta tubulação?



Aufgabe 4.6:

4.6 (a):

$$\sum F_x = \sum_{K.O.} u(\rho \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$F_x + 2pA = V(-\rho Q) - V\rho Q$$

$$F_x = -2(pA + V\rho Q)$$

$$= -2\left(pA + \rho\frac{Q^2}{A}\right)$$

$$= -2\left(120\,\text{kPa} \cdot \frac{\pi}{4}(0{,}3\,\text{m})^2 + 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\frac{\left(0{,}6\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right)^2}{\frac{\pi}{4}(0{,}3\,\text{m})^2}\right)$$

$$= -2\left(120 \cdot 1000\,\frac{\pi}{4}\,0{,}3^2 + 1000\,\frac{0{,}6^2}{\frac{\pi}{4}\,0{,}3^2}\right)\text{N} = -27{,}15\,\text{kN}$$

$F_y = 0$

4.6 (b):

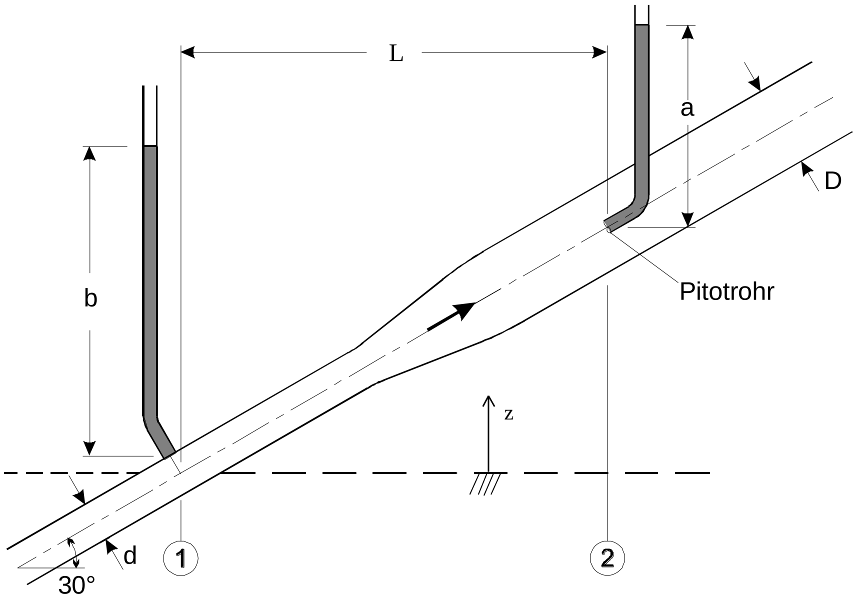
$$F_z = G + \gamma \cdot \cancel{V} = 500\,\text{N} + 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}1\,\text{m}^3$$

$$= (500 + 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1)\,\text{N} = 1{,}481\,\text{kN}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{27{,}15^2 + 0^2 + 1{,}481^2}\,\text{kN} = 27{,}19\,\text{kN}$$

Grupo 1

8. Num escoamento em uma tubulação (D = 10cm, d = 5cm) sobre uma distância curta (L = 80cm) foi medido a distancia a = 30cm no tubo de Pitot e a distancia b = 40cm no piezômetro.
    a. Calcule a vazão.



Aufgabe 4.9:

$$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_1 = 0$$

$$z_2 = L \cdot tg\,30^o = 0{,}46\,m$$

$$\frac{P_1}{\gamma} = b + \frac{d}{2} \cdot \cos 30^o = 0{,}42\,m$$

$$\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = a \quad \text{(Pitotrohr)}$$

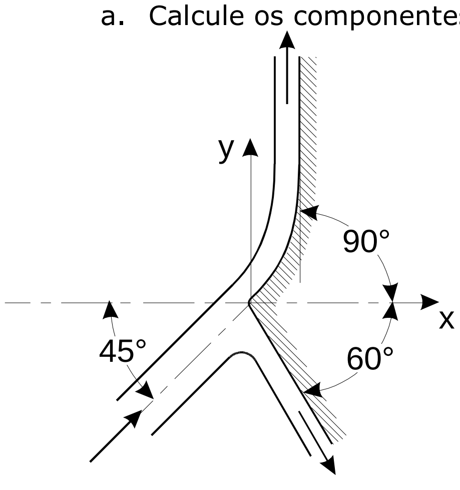
$$0 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + a$$

$$V_1 = \sqrt{2g\left(z_2 + a - \frac{P_1}{\gamma}\right)} = 2{,}58\,m/s$$

$$Q = V_1 \cdot A_1 = 5{,}07 \;\; l/s$$

Grupo 2

9. Um jato de vazão Q = 0,1m³/s e velocidade V = 15m/s bate numa superfície numa maneira que a superfice separa a vazão em partes iguais.
    a. Calcule os componentes da força de apoio.



Aufgabe 4.10:

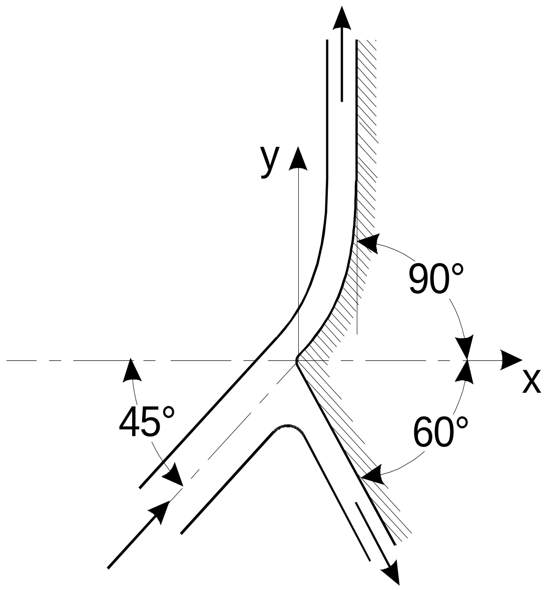
$$\sum F_x = \sum_{K.O.} u(\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$F_x = V \cdot \cos 45^o \cdot (-\rho \cdot Q) + V \cdot \cos 60^o \cdot (\rho \cdot \frac{Q}{2}) + 0$$

$$= V \cdot (-\cos 45^o + \frac{\cos 60^o}{2}) \cdot \rho \cdot Q$$

$$= 15 m/s \cdot (-\cos 45^o + \frac{\cos 60^o}{2}) \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}1 m^3/s$$

$$= -685{,}66 N$$



$$F_y = V \cdot \sin 45^o \cdot (-\rho \cdot Q) - V \cdot \sin 60^o \cdot (\rho \frac{Q}{2}) + V \cdot (\rho \frac{Q}{2})$$

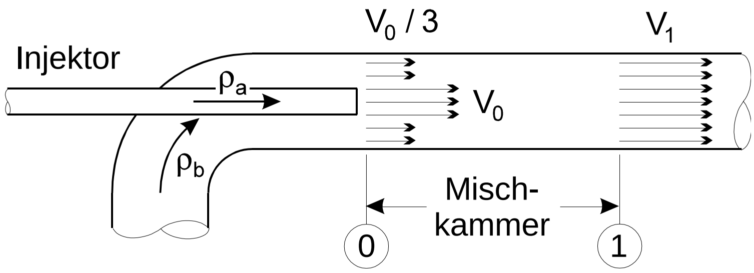
$$= V \cdot (-\sin 45^o - \frac{\sin 60^o}{2} + \frac{1}{2}) \cdot \rho \cdot Q$$

$$= 15 m/s \cdot (-\sin 45^o + \frac{1 - \sin 60^o}{2}) \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 0{,}1 m^3/s$$

$$= -960{,}18 N$$

Grupo 1

10. Um tubo injetor (área a = A/3) injeta o liquido a (ρ_a) no liquido b (ρ_b = 3 ρ_a) no tubo com área A. A velocidade do liquido a é V e a do liqido b é V/3. Na seção 1 ambos líquidos são misturados e tem velocidade V_1. Considere que a pressão nas seções 0 e 1 é constante através da seção e que as forças de atrito podem ser desconsideradas.
    a. Descreva a relação para a mudança da pressão entre seção 0 e 1.



Aufgabe 4.11:

$$\sum \vec{F} = \sum_{K.O.} \vec{V} \cdot (\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

$$\sum F_x = \sum_{K.O.} u \cdot (\rho \cdot \vec{V} \cdot \vec{A})$$

.

$$p_0 \cdot A - p_1 \cdot A = V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot a) + \frac{V_0}{3} \cdot (-\rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A - a)) + V_1 \cdot (\rho_1 \cdot V_1 \cdot A)$$

$$\rho_1 \cdot V_1 \cdot A - \rho_a \cdot V_0 \cdot a - \rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A-a) = 0 \quad \text{(Massenerhaltung)}$$

$$(p_0 - P_1) \cdot A = V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot a) + \frac{V_0}{3} \cdot (-\rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A-a))$$

$$+V_1 \cdot (\rho_a \cdot V_0 \cdot a + \rho_b \cdot \frac{V_0}{3} \cdot (A-a))$$

$$= V_0 \cdot (-\rho_a \cdot V_0 \cdot \frac{A}{3}) + \frac{V_0}{3} \cdot (-3 \cdot \rho_a \cdot \frac{V_0}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot A)$$

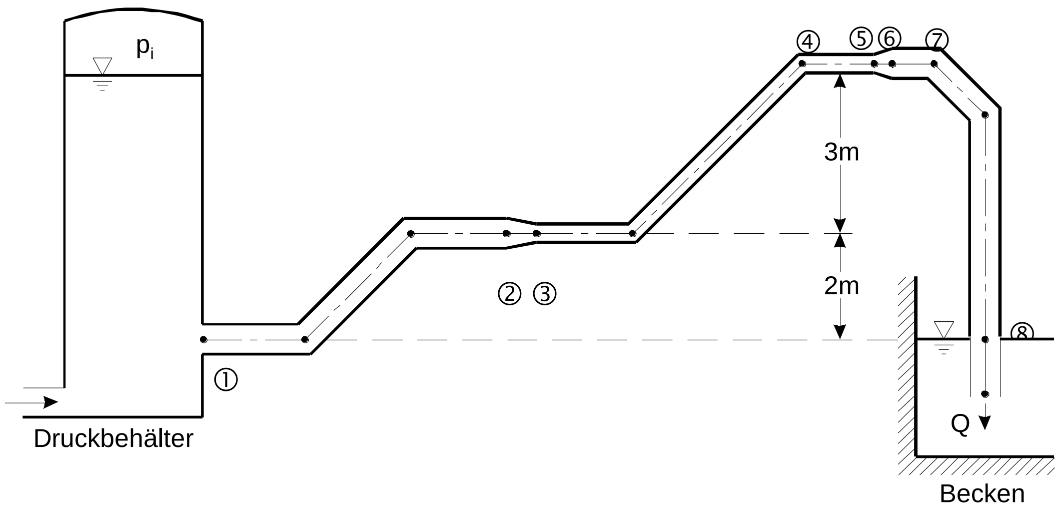
$$+V_1 \cdot (\rho_a \cdot V_0 \cdot \frac{A}{3} + 3 \cdot \rho_a \cdot \frac{V_0}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot A)$$

$$p_0 - p_1 = \rho_a \cdot V_0 \cdot (-\frac{V_0}{3} - \frac{2}{9} \cdot V_0 + V_1 \cdot (\frac{1}{3} + \frac{2}{3}))$$

$$= \rho_a \cdot V_0 \cdot (V_1 - \frac{5}{9} \cdot V_0)$$

Grupo 2

11. Um grande tanque é alimentado por uma tubulação (A1=100cm², A3= 40cm², A6= 50cm²) vindo de um tanque de pressão grande. Atrito na tubulação pode ser desconsiderado.
    a. Qual é a vazão se a altura de pressão no ponto crítico para cavitação é h = -9m.
    b. Qual é a pressão no tanque de pressão nesta situação?
    c. Desenha a linha de energia e linha piezométrica.



5.1.1:

Zur Ermittlung des durch Kavitation gefährdeten Bereichs der Rohrleitung ist die Drucklinie erforderlich.

Druckbehälter:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} \qquad z = z_i = 5\text{ m} \qquad p = p_i \qquad V \approx 0$$

$$H = z_i + \frac{p_i}{\gamma}$$

Bereich 1-2:

$$H = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} \qquad V_1 = \frac{Q}{A_1}$$

Bereich 3 - 5:

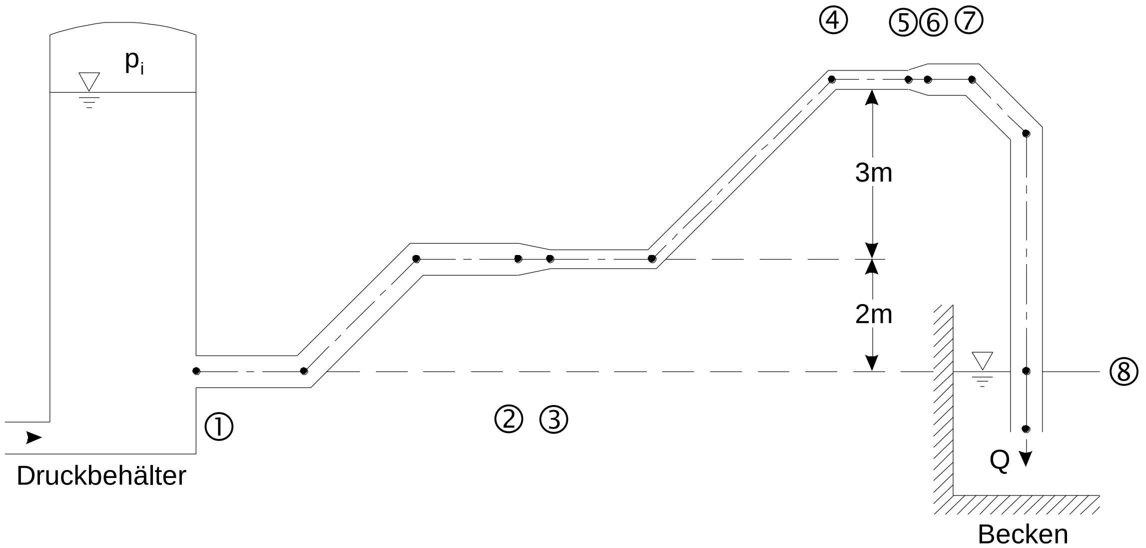
$$H = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} \qquad V_3 = \frac{Q}{A_3}$$

Bereich 6 -7:

$$H = z_6 + \frac{p_6}{\gamma} + \frac{V_6^2}{2g} \qquad V_6 = \frac{Q}{A_6} \qquad V_1 \;\square\; V_6 \;\square\; V_3$$

Bereich 7 - 8:

$$H = z_8 + \frac{p_8}{\gamma} + \frac{V_8^2}{2g} \qquad V_8 = V_6 \qquad z_8 = 0 \qquad p_8 = 0 \qquad H = \frac{V_8^2}{2g} = \frac{V_6^2}{2g}$$



Der gefährdete Bereich ist der Bereich mit dem niedrigsten Druck p, d.h. <u>hier</u> der Bereich mit der größten geodätischen Höhe $z = z_{max}$ und der größten Geschwindigkeit $V = V_{max}$ (kleinster Querschnitt): im Einzelfall prüfen. Der geringste mögliche Druck ist der Dampfdruck der Flüssigkeit.

$$\left(\text{genau: } z_5 = 5\,\text{m} + \frac{d_5}{2}, \text{ mit } d_5 = d_3 = \sqrt{\frac{A_3}{\frac{\pi}{4}}}\right)$$

$$\left(\frac{p}{\gamma}\right)_5 = \frac{p_{min}}{\gamma} = \frac{p_D}{\gamma} = -9\ \text{m}$$

$$H = z_5 + \frac{p_5}{\gamma} + \frac{V_5^2}{2g} = \frac{V_6^2}{2g}$$

$$z_5 = 5\text{m}$$

$$V_6 A_6 = V_5 A_5$$

$$V_6 = \frac{A_5}{A_6} V_5$$

$$\frac{V_6^2}{2g} = \left(\frac{A_5}{A_6}\right)^2 \frac{V_5^2}{2g}$$

$$\left(1 - \left(\frac{A_5}{A_6}\right)^2\right) \frac{V_5^2}{2g} = -\frac{p_5}{\gamma} - z_5 = (9-5)\,\text{m} = 4\ \text{m}$$

$$\frac{V_5^2}{2g} = 11{,}11\ \text{m}$$

$$V_5 = 14{,}76\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = V_5 A_5 = 59{,}06\ \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

5.1.2:

$$H = z_5 + \frac{p_5}{\gamma} + \frac{V_5^2}{2g} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

$$z_5 = 5\text{m}$$

$$\frac{p_5}{\gamma} = \frac{p_D}{\gamma} = -9\ \text{m}$$

$$\frac{V_5^2}{2g} = 11{,}11\ \text{m}$$

$$z = 5\text{m} = z_5$$

$$p = p_i$$

$$V \approx 0$$

$$H = z_5 + \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_5^2}{2g} = z_5 + \frac{p_i}{\gamma} + 0$$

$$\frac{p_i}{\gamma} = H - z_5 = \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_5^2}{2g} = 2{,}11\ \text{m}$$

$$p_i = \rho \cdot g \cdot \frac{p}{\gamma} = 20{,}71\ \text{kPa}$$

5.1.3:
siehe Skizze 5.1.1

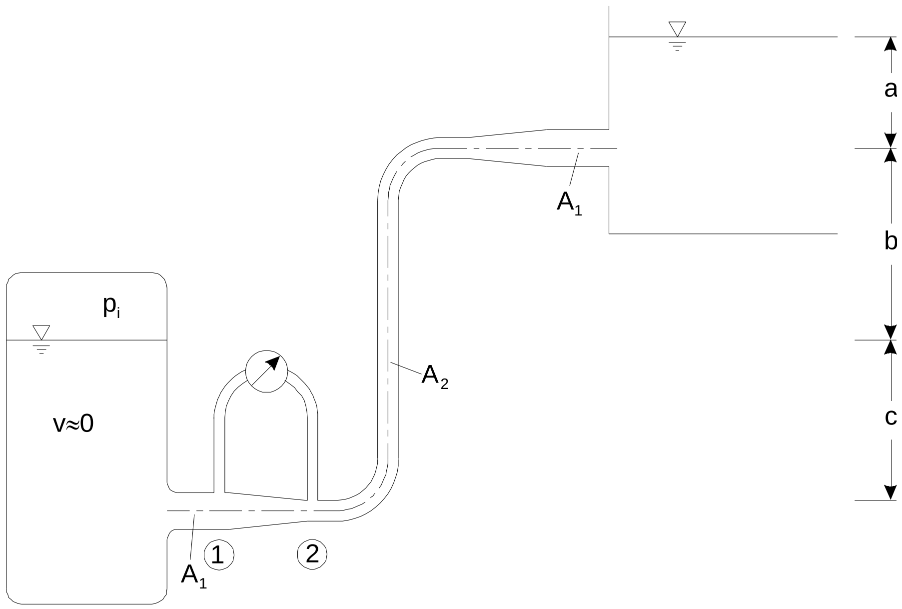
$$H = z_5 + \frac{p_D}{\gamma} + \frac{V_5^2}{2g} = 7{,}11 \text{ m}$$

$$h_{1-2} = H - \frac{V_1^2}{2g}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \left(\frac{A_5}{A_1}\right)^2 \frac{V_5^2}{2g} = 1{,}78 \text{ m}$$

Grupo 1

12. Um grande tanque de pressão alimenta uma caixa de agua através uma tubulação (A1=1m², A2=1/√3m²). O manômetro entre a posição 1 e 2 mostra um diferença de altura de pressão de 2m. As distancias indicadas são a=5m, b=7,5m e c =6m. Atrito na tubulação pode ser desconsiderado.
    a. Qual é a vazão na tubulação?
    b. Qual é a pressão no tanque de pressão nesta situação?
    c. Desenha a linha de energia e linha piezométrica.



<u>Aufgabe 5.2</u>:

5.2.1:

$$H = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_1 = z_2 = 0$$

$$p_1 - p_2 = \Delta p$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} V_2$$

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right) \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{\frac{\Delta p}{\gamma}}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2} = 3 \text{ m}$$

$$V_2 = 7{,}67 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} \cdot V_2 = 4{,}43 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{V_1{}^2}{2g} = 1 \text{ m}$$

$$Q = V_1 A_1 = 4{,}43 \ \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

5.2.2:

$$H = z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$z_0 = c = 6 \text{ m}$$

$$p_o = p_i$$

$$V_0 \approx 0$$

$$z_3 = c + b = 13{,}5 \text{ m}$$

$$\frac{p_3}{\gamma} = a = 5 \text{ m}$$

$$\frac{V_3^2}{2g} = \frac{V_1^2}{2g} = 1 \text{ m}$$

$$c + \frac{p_i}{\gamma} + 0 = (c + b) + a + \frac{V_1^2}{2g}$$

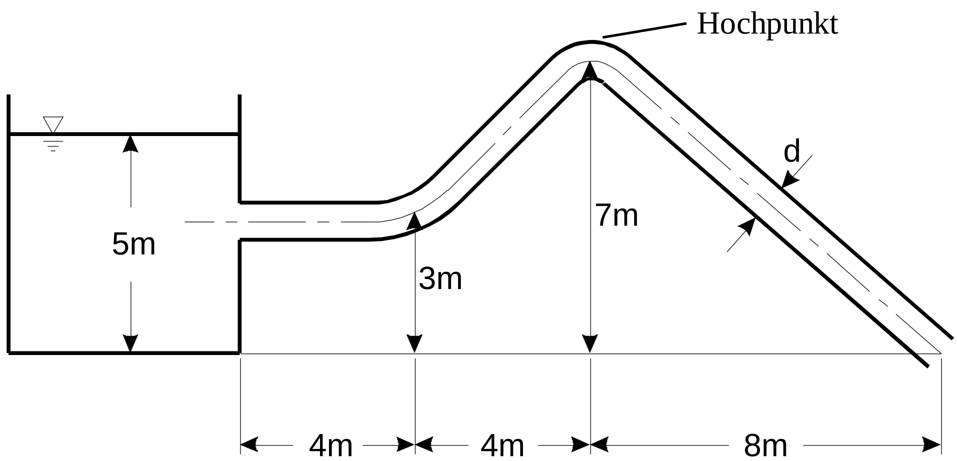
$$\frac{p_i}{\gamma} = a + b + \frac{V_1^2}{2g} = 13{,}5 \text{ m}$$

$$p_i = \rho g \frac{p_i}{\gamma} = 1000 \ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81 \ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 13{,}5 \text{ m} = 132{,}44 \text{ kPa}$$

5.2.3:

Grupo 2

13. Um grande tanque alimenta uma tubulação (d=0,5m). Atrito na tubulação pode ser desconsiderado.
    a. Qual é a vazão na tubulação?
    b. Qual é a pressão no ponto mais alto (em alemão Hochpunkt)?
    c. Desenha a linha de energia e linha piezométrica.
    d. Discute questões de cavitação.



5.4.2:

$$H = \frac{V_1^2}{2g}$$

$$V_1 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 5m} = 9{,}9\frac{m}{s}$$

$$Q = V_1 \cdot A = V_1 \cdot \frac{\pi}{4}D^2 = 9{,}9\frac{m}{s} \cdot \frac{\pi}{4}(0{,}5\ m)^2 = 1{,}95\frac{m^3}{s}$$

5.4.3:
Kavitation am höchstgelegenen Rohrleitungspunkt (Stelle 2: $z_2 = z_{max}$, $p_2 = p_{min}$):
Unterdruck

$$H = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_2 = 7m$$

$$H = \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = -z_2 = -7m \qquad \text{(Unterdruck)}$$

Der Unterdruck (die Kavitationsgefahr) nimmt mit wachsender geodätischer Höhe z_2 des Rohres zu.

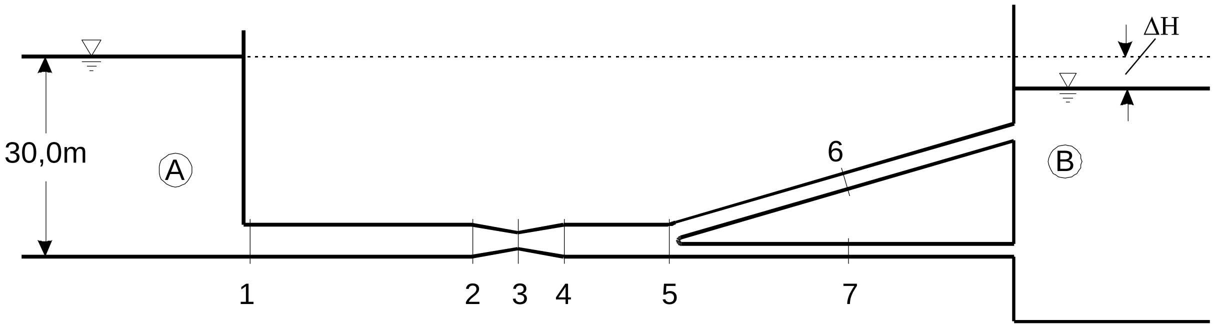
5.4.3(a):
Der Flüssigkeitsstand im Behälter ist hier ohne Einfluß auf die Kavitationsgefahr im Punkt 2.

5.4.3(b).
Bei einer Verlängerung des Rohrendes nach unten (strichliert) vergrößert sich die mechanische Energiehöhe H und infolgedessen der Durchfluß Q gegenüber 5.4.2. Die geodätische Höhe z_2 wächst an, ebenso die Kavitationsgefahr.

Grupo 1

14. Um grande tanque A alimenta um tanque B através uma tubulação ($d_1 = d_2 = d_4 = d_5 = 0{,}2$ m, $d_3 = d_6 = 0{,}1$ m). Entre a seção 2 e 3 foi medido a diferença de pressão de 20m. Atrito na tubulação pode ser desconsiderado.
    a. Qual é a vazão na tubulação?

b. Calcule o diâmetro d7 para que na seção 6 passa o dobro da vazão que na seção 7.
c. Calcule a diferença entre os níveis dos tanques.
d. Desenha a linha de energia e linha piezométrica.



5.6.1:

$$H = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g}$$

$$z_2 = z_3$$

$$\frac{p_2 - p_3}{\gamma} = \Delta h$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \quad ; \quad V_3 = \frac{Q}{A_3}$$

$$z_2 + \Delta h + \left(\frac{1}{A_2}\right)^2 \frac{Q^2}{2g} = z_3 + \left(\frac{1}{A_3}\right)^2 \frac{Q^2}{2g}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\frac{1}{A_3^2} - \frac{1}{A_2^2}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 20\ m}{\frac{1}{\left(\frac{\pi}{4} \cdot 0{,}1^2 m^2\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\pi}{4} \cdot 0{,}2^2 m^2\right)^2}}} = 0{,}16\ \frac{m^3}{s}$$

5.6.2:

Für die Rohre 6 und 7 stimmen Energielinie und Drucklinie überein, d.h. die Geschwindigkeits- höhen sind gleich.

$$\frac{V_6^2}{2g} = \frac{V_7^2}{2g}$$

$$V_6 = V_7$$

$$Q_6 \quad = \quad 2Q_7$$

$$V_6 \frac{\pi}{4} d_6^2 = \quad 2V_7 \frac{\pi}{4} d_7^2 = 2V_6 \frac{\pi}{4} d_7^2$$

$$d_6^2 = 2d_7^2$$

$$d_7 = \frac{d_6}{\sqrt{2}} = 0{,}0707\ m$$

5.6.3:

$$H = z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_7 + \frac{p_7}{\gamma} + \frac{V_7^2}{2g}$$

$$z_A = 30 \text{ m}$$

$$\frac{p_A}{\gamma} = 0$$

$$V_A \approx 0$$

$$z_7 = 0$$

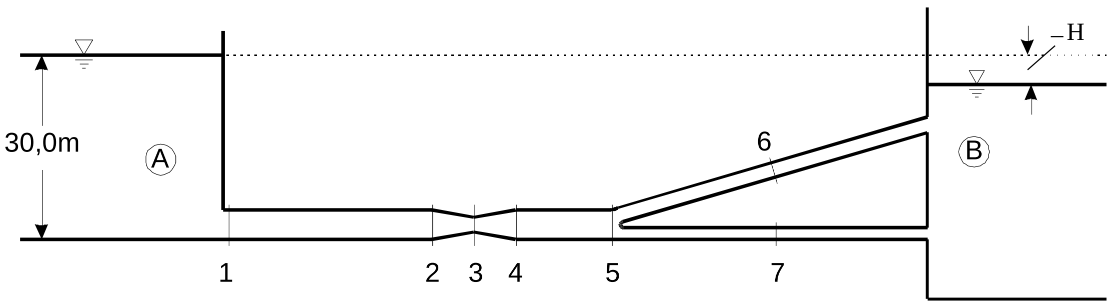
$$\frac{p_7}{\gamma} = z_A - \Delta H$$

$$V_7 = \frac{\frac{1}{3}Q}{A_7} = \frac{\frac{1}{3}Q}{\frac{\pi}{4}d_7^2}$$

$$H = z_A + 0 \ + 0 = 0 + z_A - \Delta H + \frac{V_7^2}{2g}$$

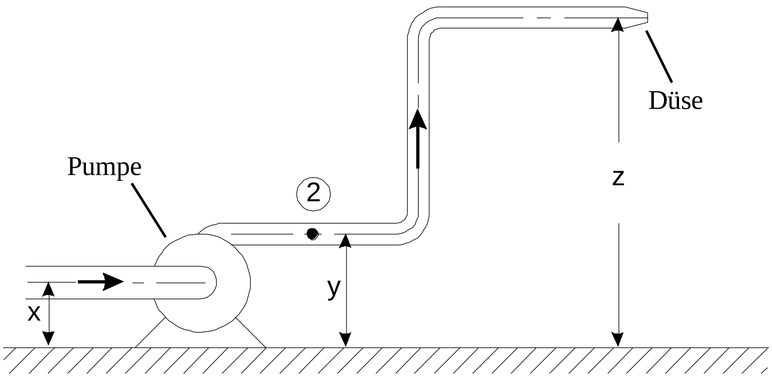
$$\Delta H = \frac{V_7^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{\frac{1}{3}Q}{\frac{\pi}{4}d_7^2}\right)^2 = \frac{1}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}\left(\frac{\frac{1}{3}\cdot 0{,}16\frac{m^3}{s}}{\frac{\pi}{4}\cdot\left(0{,}0707\,m\right)^2}\right)^2 = 9{,}40 \text{ m}$$

5.6.4:



Grupo 2

15. A bomba eleva agua a um orifício (distancias x=1m, y=2m, z=8m). O diâmetro da tubulação é 30cm e do orifício 15cm. A vazão é 0,2m³/s. Atrito na tubulação pode ser desconsiderado.
    a. Qual é a pressão no ponto 2?



$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z = z$$

$$p = 0$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} d^2}$$

$$z_2 = y$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2}$$

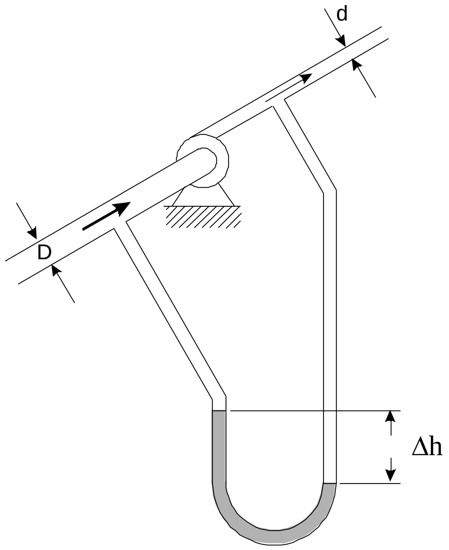
$$z + 0 + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\frac{\pi}{4} d^2}\right)^2 = y + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\frac{\pi}{4} D^2}\right)^2$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = z - y + \frac{1}{2g}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{D^4}\right) Q^2 =$$

$$= 8\,m - 2\,m + \frac{1}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{0{,}15^4} - \frac{1}{0{,}3^4}\right) \frac{0{,}2^2\,m^4}{m^4 s^2} = 12{,}12\ m$$

Grupo 1

16. O aumento da pressão (90cm) devido a bomba é medido com mercúrio (ρ = 13550 kg/m³). A tubulação (D=30cm, d=15cm) transporta óleo (Q=0,1m³/s, ρ = 880 kg/m³).
    a. Qual é a potência da bomba?



$$z_1+\frac{p_1}{\gamma_{Öl}}+\frac{V_1^2}{2g}+h_P=z_2+\frac{p_2}{\gamma_{Öl}}+\frac{V_2^2}{2g}$$

$z = 0$: $p = p_A$

$z = z_2$: $p_A = p_2+\gamma_{Öl}\ z_2$

$z = z_1$: $p_A = p_1 +\gamma_{Öl}\ (z_1 - -h) +\gamma_{Hg}\ \Delta h$

$$z_2+\frac{p_2}{\gamma_{Öl}}=z_1+\frac{p_1}{\gamma_{Öl}}+\left(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_{Öl}}-1\right)\Delta h$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_{Ö1}} + \frac{V_1^2}{2\,g} + h_P = z_1 + \frac{p_1}{\gamma_{Ö1}} + \left(\frac{\gamma_{Hg}}{\gamma_{Ö1}} - 1\right)\Delta\,h + \frac{V_2^2}{2\,g}$$

$$h_P = \left(\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{Ö1}} - 1\right)\Delta\,h + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2\,g}$$

$$V_1 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}\,D^2} = \frac{0{,}1}{\frac{\pi}{4}\,0{,}3^2}\,\frac{m}{s} = 1{,}41\ \frac{m}{s}$$

$$V_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}\,d^2} = \frac{0{,}1}{\frac{\pi}{4}\,0{,}15^2}\,\frac{m}{s} = 5{,}66\ \frac{m}{s}$$

$$h_P = \left(\frac{13550}{880} - 1\right)\ 0{,}9\ m + \frac{\left(5{,}66^2 - 1{,}41^2\right)\left(\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = 14{,}49\ m$$

$$P = \gamma_{Ö1}\ Q\ h_P = 880\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}1\frac{m^3}{s} \cdot 14{,}49\ m = 12{,}51\ kW$$